

Caracterização experimental de um atuador pneumático de baixo atrito

Luís Carlos Ferreira Moreira

Dissertação de Mestrado Integrado

Orientador:

Professor Doutor Fernando Gomes de Almeida

Coorientador:

Professor Doutor João Pedro Barata da Rocha Falcão Carneiro



Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

Opção de Automação

Outubro de 2012

Resumo

As tecnologias de acionamento pneumático possuem características que se distinguem de outras tecnologias concorrentes. A boa relação entre a potência disponível e o peso e dimensão do equipamento, a fiabilidade e o baixo custo são apenas alguns dos pontos em que esta tecnologia apresenta bons argumentos para a sua aplicação em variadíssimos ambientes industriais. No entanto, as características não lineares, associadas ao atrito existente entre componentes e à compressibilidade do ar, são grandes limitações na utilização desta tecnologia em aplicações de controlo de força e movimento. Para uma melhor utilização da tecnologia pneumática nestes tipos de aplicações é necessário reduzir os efeitos destas características.

A utilização de atuadores pneumáticos de baixo atrito permite reduzir um dos fenómenos que conduzem a um comportamento não linear. No entanto, a ausência de vedação nestes equipamentos levanta um novo conjunto de problemas. Por um lado, a determinação experimental das características de transferência de calor entre o ar no interior do cilindro e a parede do mesmo, que já por si é tradicionalmente complexa, torna-se ainda mais difícil, o que leva a que seja necessário adotar modelos politrópicos de forma a modelar a temperatura do ar no interior do atuador, podendo comprometer o modelo global da dinâmica de pressões. Por outro lado, em aplicações nas quais um atuador tem que contrariar uma determinada carga é necessário conhecer um modelo apropriado para as fugas, de forma a que seja possível compensar adequadamente a quantidade de ar que é perdida pela fuga.

Neste trabalho foram obtidas as características de transferência de calor de um atuador pneumático de baixo atrito, sendo também propostos novos modelos para os caudais de fugas existentes entre as duas câmaras e entre a câmara secundária e o exterior. Para isso foi utilizado um procedimento experimental relativamente simples complementado pelo ajuste entre dados experimentais e uma simulação implementada em computador que recorre ao modelo teórico das câmaras do atuador. Os modelos desenvolvidos são validados por resultados experimentais.

Experimental characterization of a low-friction pneumatic actuator

Abstract

Pneumatic technologies exhibit a set of characteristics that are able to distinguish them from the rest of the competing technologies. The good power to weight (and size) ratio along with the reliability and the low cost of the equipment are just a few of the advantages that come as a result for the use of this type of technologies in an industrial environment. Nevertheless the non-linear characteristics associated with the friction between components and air compressibility are big limitations to the use of pneumatic technologies in force and motion control applications. In order to improve the capabilities of pneumatic technologies in this sort of applications a reduction of the effects caused by those non-linear characteristics is needed.

The use of low friction pneumatic cylinders allows the reduction of one of the causes that lead to a non-linear behavior. However, with the absence of seals a new set of problems arises. On one hand the already complex experimental characterization of the heat transfer becomes even harder to do thus causing the necessity for the application of polytropic models in order to describe the air temperature inside the cylinder chambers and by that jeopardizing the global mathematical model for the pressure dynamics. On the other hand in applications which the actuator has to counteract any given load it becomes necessary to know a proper model for the air leakage in order to effectively compensate the quantity of air lost through that leak.

This work describes the characterization of the heat transfer for a low friction pneumatic cylinder and also proposes new mathematical models for the existing mass flow leakage between chambers and through the cylinder rod. This characterization is achieved using a fairly simple experimental procedure complemented by the fitting between experimental data and a computer simulation implemented using the theoretical model for the cylinder chambers. The developed models are validated by experimental results.

Agradecimentos

Gostaria de, em primeiro lugar, agradecer ao meu orientador, o Professor Fernando Gomes de Almeida, e ao meu coorientador, o Professor João Falcão Carneiro, pela incansável disponibilidade e por todo o apoio que sempre me prestaram, assim como pelos valiosos conhecimentos que me transmitiram ao longo dos últimos meses.

Não poderia deixar de expressar o meu agradecimento ao Sr. Joaquim da Silva por toda a ajuda e celeridade na resolução de muitos problemas de ordem técnica. Assim como não posso também deixar de agradecer ao restante pessoal técnico e aos ocupantes do laboratório onde a componente experimental deste trabalho foi realizada, por toda a sua disponibilidade.

Por último, mas certamente não menos importante, devo um agradecimento à minha família pelo apoio que me deram ao longo dos últimos 5 anos. E claro, à Ana Isabel por toda a sua paciência.

Índice de Conteúdos

Resumo	iii
Abstract.....	v
Agradecimentos	vii
Índice de Conteúdos	ix
Índice de Figuras	xi
Índice de Tabelas	xv
Nomenclatura.....	xvii
1 Introdução.....	1
1.1 Objetivos do trabalho	5
1.2 Instalação experimental	6
1.2.1 Sistema de aquisição de dados	7
1.2.2 Atuadores pneumáticos e transdutores	8
1.3 Organização do trabalho	13
2 Modelação das câmaras do atuador	15
3 Modelação e análise dos caudais de fugas.....	21
3.1 Modelo matemático de fugas	21
3.2 Medições efetuadas ao caudal de fuga.....	30
3.2.1 Caudal de fuga entre câmaras.....	30
3.2.2 Caudal de fuga na haste.....	35
4 Procedimento experimental utilizado	37
4.1 Análise da câmara principal.....	47
4.2 Análise da câmara secundária.....	51
5 Resultados obtidos.....	55
5.1 Características da câmara principal	55
5.2 Características da câmara secundária.....	64
5.3 Análise das curvas de caudal obtidas.....	70
5.4 Efeito do modelo de caudal nos valores das grandezas estimadas	73
5.5 Resumo dos resultados obtidos.....	77
6 Conclusões e trabalhos futuros	79
7 Referências	81

Índice de Figuras

Fig. 1- Blocos constituintes de um servomecanismo pneumático.....	2
Fig. 2- Pneumatic Haptic Interface [5]	3
Fig. 3 - Atuador Pneumático de baixo atrito Airpel M24D300.0N.....	6
Fig. 4 - Esquema da unidade de tratamento de ar.....	6
Fig. 5 - Computador pessoal, equipado com cartas de aquisição	7
Fig. 6 - Quadro elétrico e condicionamento de sinal.....	7
Fig. 7 - Diagrama do sistema de aquisição de dados.....	8
Fig. 8 - Vista de corte de um atuador Airpel M24D300.0N.....	9
Fig. 9 - a) curva de atrito com efeito de Stribeck e b) curva de atrito de Coulomb	10
Fig. 10 - Transdutor de pressão	10
Fig. 11 - Caudalímetro Hastings HFM 201	11
Fig. 12 - Câmara de um atuador pneumático.....	16
Fig. 13 - Representação das fugas	21
Fig. 14 - Representação do anel de escoamento	21
Fig. 15 - Esquema do escoamento ao longo do canal de fuga.....	23
Fig. 16 - Representação esquemática dos canais de fuga	26
Fig. 17 - Esquema do escoamento através de um tubo de pequenas dimensões	27
Fig. 18 - Montagem experimental para a medição da fuga entre câmaras	31
Fig. 19 - Dados experimentais de caudal (a)) e respetivos valores de pressão nas câmaras (b))	32
Fig. 20 - Caudal de fuga entre câmaras em função da queda de pressão	33
Fig. 21 - Caudal de fuga entre câmaras em função de $(P_A \cdot (P_A - P_B))$	34
Fig. 22 - Montagem experimental para a medição da fuga na haste	35
Fig. 23 - Caudal de fuga na haste em função de $(P_B \cdot (P_B - P_{atm}))$	36
Fig. 24 - Resposta da pressão a uma compressão suficientemente rápida numa câmara de um atuador pneumático sem fugas	38
Fig. 25 - Resposta da pressão a uma compressão suficientemente rápida numa câmara de um atuador pneumático com fugas	39
Fig. 26 - Montagem para a realização dos ensaios experimentais.....	40
Fig. 27 - Acoplamento entre as hastes dos atuadores	41
Fig. 28 - Estado 1.....	41
Fig. 29 - Estado 2.....	42
Fig. 30 - Estado 3.....	43

Fig. 31 - Esquema da implementação da simulação para a queda de pressão	44
Fig. 32 - Bloco relativo ao efeito da saída de caudal na dinâmica de pressão	44
Fig. 33 - Bloco relativo ao efeito da transferência de calor na dinâmica de pressão	45
Fig. 34 - Bloco relativo à aplicação da lei dos gases perfeitos para a obtenção da temperatura	45
Fig. 35 - Bloco relativo ao caudal de fugas.....	45
Fig. 36 - Processo de otimização	50
Fig. 37 - Representação esquemática da vista lateral (a)) e frontal (b)) da câmara simplificada de um cilindro	51
Fig. 38 - Representação esquemática da vista lateral (a)) e frontal (b)) da câmara simplificada de um cilindro, com haste	52
Fig. 39 - Esquema das diferentes combinações de ensaios para realizar as otimizações do tipo O_{2sim}	55
Fig. 40 - Comparação entre o decaimento de pressão experimental ao longo do tempo para o Ensaio P_{atm1} e as curvas simuladas.....	59
Fig. 41 - Comparação entre o decaimento de pressão experimental ao longo do tempo para o Ensaio P_{atm2} e as curvas simuladas.....	60
Fig. 42 - Comparação entre o decaimento de pressão experimental ao longo do tempo para o Ensaio P_{Matm1} e as curvas simuladas.	60
Fig. 43 - Comparação entre o decaimento de pressão experimental ao longo do tempo para o Ensaio P_{Matm2} e as curvas simuladas.	61
Fig. 44 - Comparação entre duas curvas de decaimento de pressão na câmara secundária, obtidas com uma pressão no estado 1 de 2.3 bar	64
Fig. 45 - Comparação entre duas curvas de decaimento de pressão na câmara secundária, obtidas para uma pressão no estado 1 igual à atmosférica.....	65
Fig. 46 - Comparação entre o decaimento de pressão ao longo do tempo para o Ensaio P_{Hatm1} , e a curva simulada.....	67
Fig. 47 - Comparação entre o decaimento de pressão ao longo do tempo para o Ensaio P_{Hatm2} , e a curva simulada.....	68
Fig. 48 - Comparação das equações de caudal obtidas através das otimizações O_{atm1} , O_{atm2} , O_{Matm1} e O_{Matm2} com as medições experimentais, para a fuga entre câmaras	70
Fig. 49 - Comparação das equações de caudal obtidas através das otimizações O_{2sim11} , O_{2sim21} , O_{2sim12} e O_{2sim22} com as medições experimentais, para a fuga entre câmaras.....	71
Fig. 50 - Comparação da equação de caudal obtida através da média dos resultados das otimizações O_{2sim11} , O_{2sim21} , O_{2sim12} e O_{2sim22} com as medições experimentais, para a fuga entre câmaras.....	71
Fig. 51 - Comparação entre as equações de caudal obtidas e as medições experimentais, para a fuga na haste.....	72
Fig. 52 - Decaimento de pressão ao longo do tempo para o Ensaio P_{atm} , utilizando dados estimados por O_{atm} com a equação de caudal (60).....	74

Fig. 53 - Decaimento de pressão ao longo do tempo para o Ensaio P_{atm} , utilizando dados estimados por O_{2sim} com a equação de caudal (60)	74
Fig. 54 - Decaimento de pressão ao longo do tempo para o Ensaio P_{Matm} , utilizando dados estimados por O_{Matm} com a equação de caudal (60)	75
Fig. 55 - Decaimento de pressão ao longo do tempo para o Ensaio P_{Matm} , utilizando dados estimados por O_{2sim} com a equação de caudal (60)	75
Fig. 56 - Curvas de caudal mássico utilizando a equação (60).....	76

Índice de Tabelas

Tabela 1 - Dimensões do atuador de baixo atrito Airpel M24D300.0N	8
Tabela 2 - Dimensões do atuador BOSCH 0822200205	10
Tabela 3 - Características do transdutor de pressão PTX 1400	11
Tabela 4 - Características do caudalímetro Hastings HFM 201	12
Tabela 5 - Condições de realização dos vários ensaios	56
Tabela 6 - Valores iniciais e limites das grandezas a estimar para a câmara principal	57
Tabela 7 - Resultados estimados para a análise da câmara principal recorrendo a um ensaio por otimização	57
Tabela 8 - Resultados estimados para a análise da câmara principal recorrendo a dois ensaios por otimização	58
Tabela 9 - Valores médios e desvios padrão para os valores estimados na análise de câmara principal	58
Tabela 10 - Comparação entre as massas totais, perdidas pela câmara principal	61
Tabela 11 - Valores da área e do coeficiente de transferência de calor obtidos na análise da câmara principal	62
Tabela 12 - Valor médio e desvio padrão para a área e para o coeficiente de transferência de calor	62
Tabela 13 - Valores estimados com a análise da câmara principal	63
Tabela 14 - Condições de realização dos ensaios P_{Hatm}	65
Tabela 15 - Valores iniciais e limites das grandezas a estimar para a câmara secundária	66
Tabela 16 - Resultados estimados na análise da câmara secundária	67
Tabela 17 - Comparação entre as massas totais, perdidas pela câmara secundária	68
Tabela 18 - Comparação entre as áreas de transferência de calor calculadas	69
Tabela 19 - Valores estimados utilizando a equação de caudal (60)	73
Tabela 20 - Valores característicos determinados	77
Tabela 21 - Constantes das equações de caudal	78

Nomenclatura

Definições gerais e operadores

Símbolo	Descrição
$\frac{d\bullet}{dt}, \dot{\bullet}$	Derivada em ordem ao tempo
$\frac{d\bullet}{dx}$	Derivada em ordem a x
\bullet^T	Vetor transposto
\approx	Aproximadamente igual

Notação

Símbolo	Descrição
A_f	Área de um canal de escoamento genérico em forma de anel (m ²)
A_{pi}	Área do êmbolo do atuador i (m ²)
A_{qj}	Área da superfície de transferência de calor de uma qualquer câmara j de um atuador pneumático (m ²)
A_w	Área total das paredes de um canal de escoamento genérico em forma de anel (m ²)
B	Propriedade genérica B
B^s	Valor específico da propriedade B (ou B por unidade de massa)
$C_a, C_b, C_{ab}, C_l, C_{l2}$	Constantes características do modelo de caudal para a fuga entre câmaras
C_{ah}, C_{abh}, C_{lh}	Constantes características do modelo de caudal para a fuga na haste
C_{ej}	Curso efetivo disponível durante a análise de uma qualquer câmara j de um atuador pneumático (m)
c_p	Calor específico a pressão constante (Jkg ⁻¹ K ⁻¹)
c_v	Calor específico a volume constante (Jkg ⁻¹ K ⁻¹)
D_{hi}	Diâmetro da haste do atuador pneumático i (m)

Nomenclatura

D_H	Diâmetro hidráulico de um canal de escoamento em forma de anel (m)
D_i, D_e	Diâmetros interior e exterior de um canal de escoamento em forma de anel, genérico (m)
D_{pi}	Diâmetro interno do atuador pneumático i (m)
E	Energia (J)
E^s	Energia específica (Jkg^{-1})
\bar{f}	Fator de fricção de Darcy
g	Aceleração gravítica (9.89 ms^{-2})
H	Entalpia (J)
H^s	Entalpia específica (Jkg^{-1})
k_{0j}	Condutância térmica média numa câmara j para condições de temperatura e pressão T_0 e P_0 (W/K)
K_A, K_B	Constantes características da queda de pressão teórica à entrada e à saída de um tudo de dimensões reduzidas
L	Comprimento de um canal de escoamento genérico (m)
Le_A, Le_B	Comprimento simplificado das câmaras (respetivamente primária e secundária) de um cilindro pneumático (m)
l_i	Curso total do atuador pneumático i (m)
m	Massa de ar dentro das câmaras do atuador (kg)
m_1, m_2, m_3	Massa de ar dentro da uma câmara do atuador nos estados 1, 2 e 3 (kg)
m_{f-t}	Massa total teórica, perdida por uma ou mais fugas de ar, na transição entre os estados 2 e 3 (kg)
m_{f-s}	Massa total simulada, perdida por uma ou mais fugas de ar, na transição entre os estados 2 e 3 (kg)
$m_{perdas}, m1_{perdas}, m2_{perdas}, mh_{perdas}$	Constante de ajuste da condição inicial de massa, para o caso genérico e para os diferentes ensaios (kg)
\dot{m}	Caudal mássico de ar (kgs^{-1})

\mathbf{n}	Vetor normal à superfície de controlo
P	Pressão absoluta do ar (Pa)
P_0	Pressão de equilíbrio do ar (Pa)
P_{atm}	Pressão atmosférica (Pa)
P_j	Pressão absoluta no interior de uma qualquer câmara j de um atuador pneumático (Pa)
P_{A0}, P_{B0}	Pressão absoluta em dois pontos sucessivos de um escoamento laminar genérico (Pa)
P_1, P_2, P_3	Pressão absoluta numa câmara do atuador nos respetivos estados 1, 2 e 3 (Pa)
Q	Calor (J)
R	Constante específica do ar como gás perfeito ($\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$)
Re	Número de Reynolds
Rf_{AB}	Resistência fluídica para a fuga entre câmaras ($\text{Pa}^2\text{Js}^{-1}$)
Rf_h	Resistência fluídica para a fuga na haste ($\text{Pa}^2\text{Js}^{-1}$)
T	Temperatura do ar (K)
T_0	Temperatura de equilíbrio do ar (K)
T_{amb}	Temperatura ambiente (K)
T_j	Temperatura do ar no interior de uma qualquer câmara j de um atuador pneumático (K)
T_w	Temperatura na parede do cilindro pneumático (K)
U^s	Energia interna específica (Jkg^{-1})
v	Velocidade do fluido (ms^{-1})
$\mathbf{v_r}$	Velocidade do fluido relativamente à superfície de controlo (ms^{-1})
V	Volume da câmara de um atuador pneumático (m^3)

Nomenclatura

V_j	Volume de uma qualquer câmara j de um atuador pneumático (m^3)
V_C	Volume coberto pelo curso de compressão (m^3)
V_{mj}	Volume morto de uma qualquer câmara j de um atuador pneumático (m^3)
V_1, V_2, V_3	Volume de uma câmara do atuador durante os estados 1,2 e 3 (m^3)
x, \dot{x}, \ddot{x}	Posição (m), velocidade (ms^{-1}) e aceleração (ms^{-2}) do êmbolo do atuador pneumático
y	Posição de um elemento de volume do fluido ao longo do comprimento do canal de escoamento (m)
W	Trabalho (J)
z	Altura do elemento de volume de um fluido (m)
α	Constante utilizada para equilibrar a ordem de grandeza do erro relativo à massa final existente na câmara e o erro de pressão
γ	Razão entre os calores específicos do ar
ε_k	Erro da função objetivo k
λ_0	Coefficiente de transferência de calor (CTC) para condições de temperatura e pressão, T_0 e P_0 ($WK^{-1}m^{-2}$)
μ	Viscosidade (Pas^{-1})
ρ	Massa volúmica (kgm^{-3})
τ_w	Tensão tangencial exercida por um fluido, sobre a parede do seu canal de escoamento (Nm^2)

Abreviaturas

Símbolo	Descrição
CTC	Coefficiente de transferência de calor
$erro_{pressão}$	Medida do erro entre o vetor de pressão simulado e o experimental
$erro_{fuga}$	Medida do erro entre a massa final no interior de uma câmara simulada e a sua estimativa teórica

Caracterização experimental de um atuador pneumático de baixo atrito

O_{atm}	Otimização tendo apenas em conta os dados dos ensaios P_{atm}
O_{Matm}	Otimização tendo apenas em conta os dados dos ensaios P_{Matm}
O_{2sim}	Otimização tendo em conta tanto dados dos ensaios P_{atm} como dos ensaios P_{Matm}
O_{Hatm}	Otimização tendo apenas em conta os dados dos ensaios P_{Hatm}
P_{atm}, P_{Hatm}	Ensaio realizados partindo de uma pressão inicial igual à pressão atmosférica, respetivamente para as câmaras principal e secundária
P_{Matm}	Ensaio realizados partindo de uma pressão inicial arbitrada e superior à pressão atmosférica
$V_{pressão_{sim}}$	Vetor de dados da queda de pressão simulada
$V_{pressão_{exp}}$	Vetor de dados da queda de pressão experimental
VC	Volume de controlo
slpm	<i>Standard liters per minute</i>
SC	Superfície de controlo

1 Introdução

A tecnologia pneumática é, juntamente com a eletromecânica e a hidráulica, uma das principais tecnologias de acionamento no meio industrial. A utilização de equipamento pneumático tem como principais vantagens a boa relação potência-peso, a relativa simplicidade construtiva e o baixo custo, tanto do equipamento como da sua manutenção. Além disso, a utilização do ar comprimido como fonte de energia apresenta grandes vantagens, tratando-se de uma tecnologia limpa onde não existe o risco de contaminação do ambiente como acontece com a energia hidráulica, nem a necessidade de utilizar mecanismos de conversão de movimento, como ocorre normalmente no caso dos acionamentos eletromecânicos.

A facilidade em obter e distribuir ar comprimido na larga maioria dos ambientes industriais e o facto de este ser imediatamente "reciclável", uma vez que pode ser extraído e devolvido à atmosfera — necessitando para isso de um simples processo de tratamento, não apresentando as desvantagens de se verificar o envelhecimento do fluido nem as inerentes à necessidade da sua substituição —, tornam a pneumática ainda mais vantajosa. Os equipamentos de atuação linear pneumática podem ainda atingir velocidades bastante elevadas, tipicamente à volta de 2 ms^{-1} , entre os 10 ms^{-1} para eixos elétricos de transmissão por correia e os 0.5 ms^{-1} na hidráulica, estando a sua capacidade de força por sua vez na mesma ordem de grandeza da dos primeiros.

Devido às vantagens enunciadas, a tecnologia pneumática é muito aplicada em indústrias relativamente específicas como a farmacêutica e a alimentar (uma vez que uma eventual fuga de ar não cria o risco de contaminação do produto), ou em indústrias em que a utilização de equipamentos elétricos pode ser muito perigoso, como a petroquímica e a mineira [1].

No entanto, as características de elevada não linearidade dos sistemas pneumáticos, como o atrito entre os componentes do atuador, a compressibilidade do ar e o efeito da variação da temperatura sobre este, tornam as suas aplicações em controlo automático bastante mais complexas do que as eletromecânicas e as hidráulicas, uma vez que enquanto nestas o controlo de movimento de uma carga é relativamente simples, no caso da pneumática é necessário adotar soluções mais sofisticadas. Isto faz com que a larga maioria das aplicações em automação industrial se restrinjam apenas à realização de movimentos entre os dois pontos extremos do curso dos atuadores [2].

Apesar destas desvantagens, o desenvolvimento dos circuitos integrados, proporcionando uma cada vez maior capacidade de cálculo com custos cada vez mais reduzidos, tem vindo a permitir a aplicação de soluções de controlo muito avançadas. De tal forma que, hoje em dia, se encontra disponível em diversos fabricantes, como a Festo a Asco-Joucomatic ou a Enfield Technologies (apenas para enumerar alguns), uma gama de produtos e soluções para servopneumática, assim como se verifica um crescente desenvolvimento tanto a nível tecnológico como científico nesta área [3].

Introdução

Os sistemas servopneumáticos são genericamente constituídos por: um atuador, uma ou mais servoválvulas que comandam o fluxo de ar comprimido que entra e sai desse atuador, e um controlador que exerce uma determinada ação de controlo sobre estas servoválvulas. Para determinar a ação de controlo a exercer sobre as servoválvulas o controlador recebe, a partir de transdutores distribuídos pelo circuito, informações relativas às diversas variáveis do sistema. Muitas das vezes é apenas utilizado um transdutor, sendo o caso mais comum a utilização de um codificador digital linear para fazer o controlo de posição, no entanto a utilização de transdutores de pressão e outros, é muitas vezes feita de forma a melhorar o desempenho do sistema. A Fig. 1 apresenta um esquema do funcionamento de um servomecanismo pneumático.

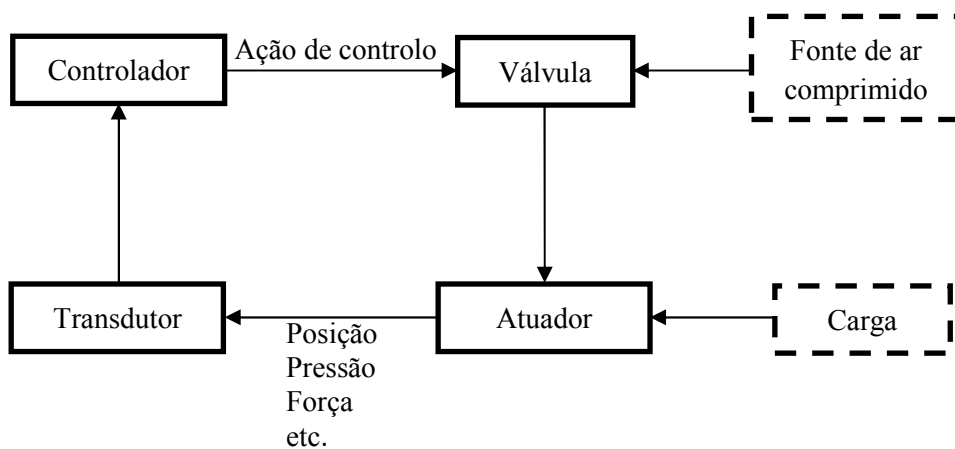


Fig. 1- Blocos constituintes de um servomecanismo pneumático

Na utilização de sistemas servopneumáticos o mais comum é encontrarem-se aplicações que recorrem ao controlo do movimento. No entanto o uso exclusivo deste tipo de controlo não permite uma utilização eficaz da servopneumática em determinadas aplicações, nomeadamente na realização de operações de acabamento, na utilização de garras para manipular objetos frágeis e de dimensões variáveis, na robótica cooperativa, ou na conceção de robôs "andantes" [4]. Uma outra área de grande interesse para a aplicação da tecnologia pneumática que requer a utilização eficaz de controlo de força, é a dos dispositivos hápticos. Dispositivos como o PHI (Pneumatic Haptic Interface), estudado em [5] e representado na Fig. 2, permitem que o operador tenha um feedback de força tanto para aplicações em ambientes virtuais como reais, o que permite por exemplo uma mais eficaz realização de tarefas que requeiram uma boa sensibilidade do operador. Para a aplicação da pneumática a estas e outras áreas é necessário um controlo eficaz da força exercida pelo atuador, de forma a que esta apresente uma dependência desejada e pré-definida com o estado do movimento do mesmo. Consequentemente, para que com isto sejam possíveis bons desempenhos é necessário explorar devidamente tanto os recursos tecnológicos como os avanços científicos disponíveis.

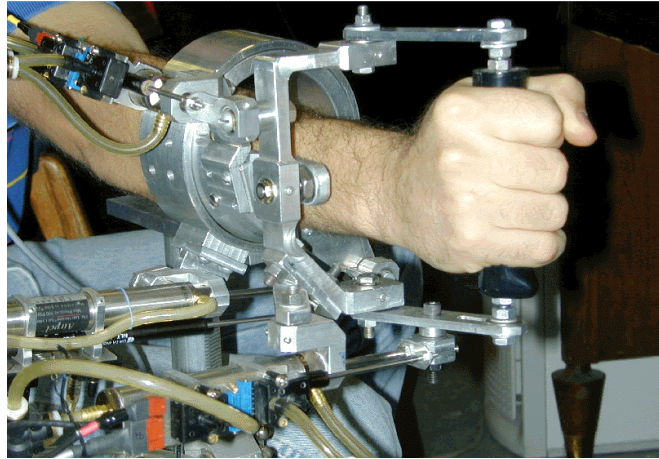


Fig. 2- Pneumatic Haptic Interface [5]

Dois dos pontos de grande interesse na elaboração do modelo de um sistema servopneumático são o comportamento da força de atrito e a caracterização da transferência de calor entre o ar no interior e no exterior do atuador. Por um lado, a força de atrito entre os componentes do atuador oferece um comportamento não linear com o qual é bastante difícil lidar, sendo esta normalmente identificada como a não-linearidade mais significativa em servopneumática [6]. Por outro lado, a transferência de calor e o consequente efeito que esta tem na variação da temperatura e da pressão do ar existente no interior da câmara, tem efeitos bastante significativos, em especial se forem desejadas respostas rápidas.

Os atuadores pneumáticos de baixo atrito são um dos recursos tecnológicos que visam melhorar a capacidade de controlo de sistemas servopneumáticos, apostando na redução dos efeitos de não linearidade provocados pelo atrito existente entre os componentes fixos e móveis do sistema. No caso do atuador utilizado no presente estudo isso é feito recorrendo, para a construção desses componentes, a materiais cuja interface de contacto permite um escorregamento suave e evitando o uso de elementos de vedação, o que, apesar de promover a existência de fugas de ar mais ou menos significativas, permite que se consigam características de deslizamento muito interessantes.

Quanto à transferência de calor entre o ar no interior do atuador e o exterior, a dificuldade em caracterizar experimentalmente este fenómeno é regularmente apontada como justificação para a utilização de modelos politrópicos mais simples mas menos realistas em que a transferência de calor é contabilizada de forma implícita. Estes modelos definem uma relação algébrica entre temperatura e a pressão, considerando o processo, no limite, adiabático ou isotérmico. A consideração sobre o tipo de processo pode ser feita atendendo a diversos fatores, tendo normalmente em conta a aplicação do servosistema ou características da solução construtiva utilizada. Ambos os processos são, no entanto, frequentemente considerados, embora seja mais comum assumir-se que os processos mecânicos são significativamente mais rápidos que os térmicos, o que leva a que se favoreça o processo adiabático.

Num caso específico [7], Richer e Hurzumlu estudam um compromisso entre o processo isotérmico e o adiabático, tendo mesmo assim sido demonstrado através de resultados experimentais um melhor desempenho para o modelo isotérmico. Outro estudo feito por Backé e Ohligschläger [8], permitiu averiguar que a temperatura do ar contido no

interior de um cilindro pneumático quando este inicia o seu movimento, começa por apresentar um comportamento adiabático, uma vez que o efeito que a compressão tem sobre sua temperatura é bem mais rápido do que o efeito da transferência de calor com o exterior do cilindro. Esta troca de calor com o exterior faz no entanto, com que após o efeito inicial da compressão o processo tenda para um estado isotérmico.

Estas aproximações politrópicas, embora possam ser satisfatórias para algumas aplicações, são algo limitadoras quando a aplicação é mais exigente, não representando muitas das vezes um modelo suficientemente fiel. Existem no entanto estudos como [9], [10] e [11], que conseguem caracterizar experimentalmente a transferência de calor de um atuador pneumático, permitindo inclusive obter melhores desempenhos que nos casos atrás referidos [1].

No que diz respeito à existência de caudal de fugas nas câmaras dos atuadores de baixo atrito, esta provoca dois problemas na sua utilização em servopneumática e, em particular, no controlo de força. Em primeiro lugar, a perda do ar contido no interior da câmara e, por consequência, a queda de pressão que se verifica nesta, faz com que, para a manutenção de uma força, mesmo com o atuador parado, seja necessário compensar o ar a sair pelo orifício de fuga com uma quantidade de ar proveniente da servoválvula, o que obriga a que seja conhecido em tempo real e de forma suficientemente aproximada, o caudal de fuga. Em segundo lugar, a caracterização experimental da componente de transferência de calor entre o ar no interior da câmara e o exterior torna-se marcadamente mais complexa, uma vez que qualquer análise da resposta dinâmica da pressão do ar passa a ter que levar em conta a massa de ar perdida pelas fugas.

A caracterização de um modelo para as fugas de ar num atuador pneumático raramente é sequer discutida. Isto acontece porque a maioria dos atuadores utilizados em aplicações de controlo automático estão equipados com elementos de vedação que permitem reduzir qualquer fuga de ar a uma ordem de grandeza que pode ser considerada desprezável. Pelo que foi possível averiguar, embora existam estudos como em [7] ou [12], em que é abordada a questão das fugas existentes nas câmaras de um atuador pneumático, raramente é feito algum tipo de análise à validade e aos consequentes efeitos introduzidos pelos diferentes modelos de fugas sugeridos. Mesmo em casos como o estudado em [7], no qual é inclusive analisado um atuador de baixo atrito do mesmo modelo daquele que é utilizado neste trabalho, embora seja referida a aplicação de uma equação de caudal para as fugas entre câmaras, esta é abandonada quando é considerado que o caudal de fuga pode ser desprezado.

1.1 Objetivos do trabalho

A utilização de um atuador pneumático de baixo atrito, reduzindo esse fenómeno não linear altamente prejudicial para muitas aplicações de precisão, poderá permitir grandes melhorias no desempenho de mecanismos servopneumáticos, reforçando a aplicabilidade destes em áreas anteriormente restritas à eletromecânica e à hidráulica. No entanto, para isto é indispensável que se conheça um modelo matemático suficientemente eficaz na representação dos vários fenómenos físicos presentes no servosistema a utilizar.

Estudos relativamente recentes têm permitido uma boa caracterização da transferência de calor em cilindros pneumáticos, tradicionalmente bastante complexa de obter. No entanto a aplicação dos métodos experimentais apresentados nestes estudos não é particularmente indicada para atuadores que sofram de fugas de ar, uma vez que na maioria desses casos é comum assumir-se a inexistência das mesmas.

O objetivo deste trabalho é implementar um método simples, eficaz e de preferência económico de caracterizar os vários elementos desconhecidos relativos à dinâmica das câmaras de um atuador que apresente fugas. Esta caracterização deverá permitir não só obter elementos relativos à modelação da transferência de calor, mas também à modelação do caudal de fugas e, conseqüentemente, permitir uma aplicação mais eficaz destes atuadores de baixo atrito em soluções de controlo automático.

1.2 Instalação experimental

Para a obtenção dos dados experimentais necessários à realização deste trabalho foram utilizados vários componentes pneumáticos, transdutores de pressão, um caudalímetro, e um sistema de aquisição de dados. Entre os componentes pneumáticos destaca-se como peça central das atividades experimentais realizadas o atuador de baixo atrito Airpel M24D300.0N que se encontra representado na Fig. 3. Existe também um segundo atuador Bosch cuja função será descrita no quarto capítulo, uma válvula de retenção, duas válvulas redutoras de pressão e duas válvulas direcionais de atuação manual.



Fig. 3 - Atuador Pneumático de baixo atrito Airpel M24D300.0N

Além desses componentes inclui-se também uma unidade de tratamento de ar, que se encontra esquematizada na Fig. 4 e é constituída por uma válvula redutora de pressão, dois filtros de ar (40 μm e 5 μm) e uma válvula para o corte da alimentação do circuito, existindo ainda um reservatório de pressão, com um volume de 5 litros de forma a evitar flutuações significativas da pressão fornecida. A pressão disponibilizada pela rede é de 8 bar (absoluto), sendo a instalação utilizada limitada aos 7 bar (absoluto) pela válvula reguladora de pressão (pressão P_s).

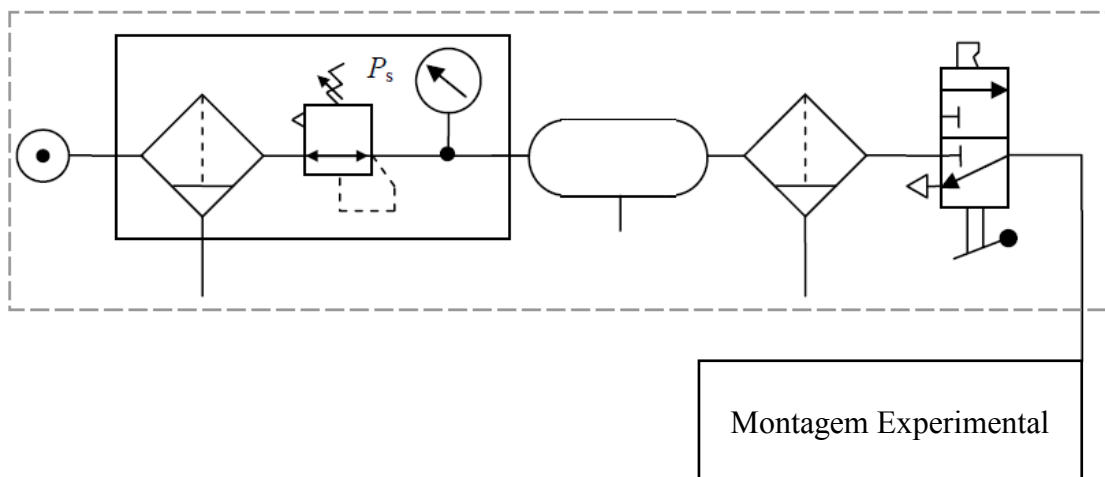


Fig. 4 - Esquema da unidade de tratamento de ar

1.2.1 Sistema de aquisição de dados

A aquisição dos dados experimentais foi feita com recurso a um computador pessoal -Fig. 5- que possui um processador Intel Pentium III com uma velocidade de relógio de 1 GHz. Este computador possui uma carta de aquisição de dados fabricada pela Computer Boards de referência PCI-DAS1602/16 de 16 bits com 8 canais diferenciais analógicos de entrada e dois de saída.



Fig. 5 - Computador pessoal, equipado com cartas de aquisição

Os sinais provenientes dos transdutores, antes de chegarem à carta de aquisição, passam por um quadro elétrico, Fig. 6. Este, além de alimentar os transdutores, é constituído por cartas que, na sua estrutura, têm um andar de amplificação para uniformizar as gamas de sinais e filtros de primeira ordem para reduzir o ruído elétrico. De referir que o sinal proveniente do caudalímetro não é sujeito a condicionamento de sinal por parte deste quadro elétrico, sendo que o próprio possui toda a eletrônica necessária. Na Fig. 7 está representado esquematicamente o funcionamento do sistema de aquisição de dados.



Fig. 6 - Quadro elétrico e condicionamento de sinal

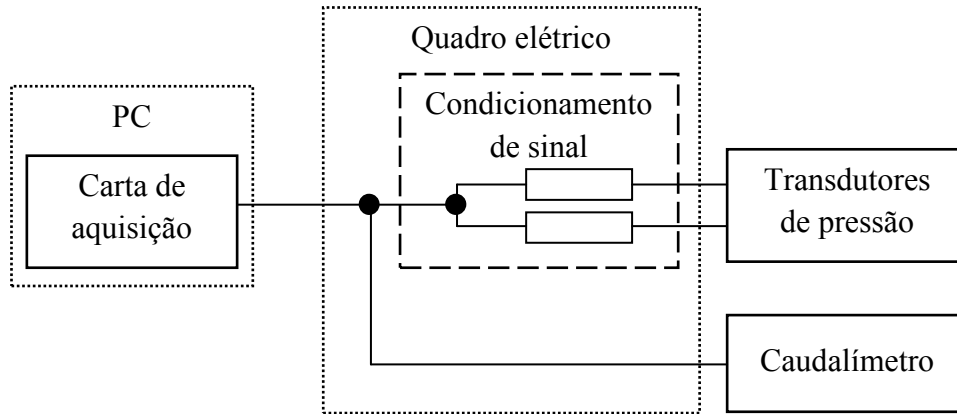


Fig. 7 - Diagrama do sistema de aquisição de dados

O *software* utilizado para configurar as cartas de aquisição, assim como para observar e processar os dados provenientes dos transdutores foi o Matlab/Simulink®. Este *software* permite definir a frequência de amostragem, assim como gerar automaticamente o código em linguagem C para a aquisição em tempo real, através do *Real Time Workshop*. A frequência de amostragem utilizada neste trabalho foi sempre de 200 Hz.

1.2.2 Atuadores pneumáticos e transdutores

O atuador analisado e caracterizado neste trabalho é um atuador de baixo atrito modelo Airpel M24D300.0N desenvolvido pela Airpot e cujas características mais relevantes estão apresentadas na Tabela 1 [13]. Este atuador assimétrico de duplo efeito é caracterizado por dispensar a utilização de vedantes, que são os principais elementos responsáveis pela presença de forças de atrito nos atuadores convencionais. Os atuadores Airpel possuem um êmbolo em grafite e um cilindro em Pyrex®, sendo que a interface entre estes dois materiais permite boas condições de deslizamento contribuindo para uma boa característica de atrito. De forma a proteger o cilindro em Pyrex®, este encontra-se dentro de uma manga de aço inoxidável da qual é ainda separado por um pequeno espaçamento, como pode ser observado na Fig. 8. Este espaçamento permite garantir que leves choques e deformações que ocorram no exterior do atuador não colocam em risco o cilindro de Pyrex®.

Tabela 1 - Dimensões do atuador de baixo atrito Airpel M24D300.0N

Diâmetro do êmbolo [mm] - D_{p1}	24
Diâmetro da haste [mm] - D_{h1}	6.35
Curso [mm] - l_1	300
Pressão máxima de funcionamento [Pa]	7×10^5
Gama de Forças [N]	-248 a 274

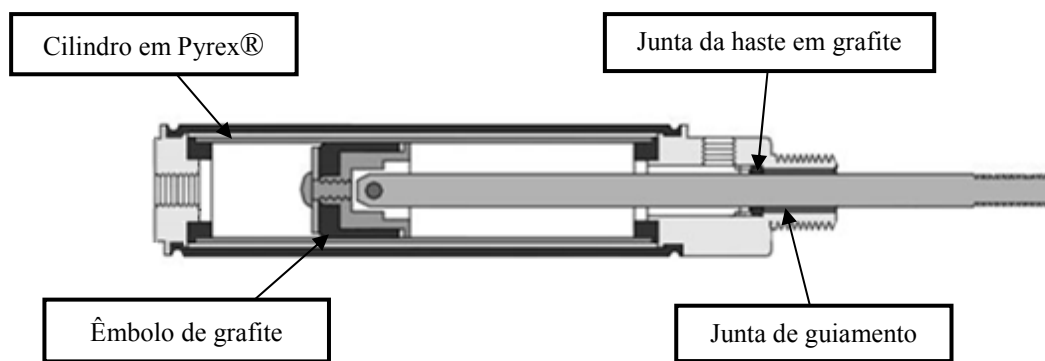


Fig. 8 - Vista de corte de um atuador Airpel M24D300.0N

A fragilidade dos componentes obriga a que sejam tomadas algumas medidas preventivas relativamente à montagem do atuador, nomeadamente a utilização de amortecedores hidráulicos como fins de curso para que seja evitado o choque do êmbolo com as tampas do cilindro, o que poderia danificar a grafite constituinte deste.

Sacrificando alguma robustez e a vedação das câmaras, a construção deste atuador pretende eliminar, ou pelo menos reduzir, o efeito de stick-slip que ocorre muito frequentemente em pneumática como consequência de um outro fenómeno conhecido como efeito de Stribeck. Este último ocorre quando o êmbolo inicia o movimento e a força de atrito dinâmico que encontra é menor que a força de atrito estático que acabou de vencer (Fig. 9a). A ocorrência deste fenómeno provoca uma súbita aceleração do êmbolo; com isso advém um rápido aumento de volume, conduzindo a uma súbita queda da pressão, reduzindo-se a força aplicada pelo ar sobre a área efetiva do êmbolo. Se a redução dessa força levar a um valor abaixo da força de atrito estático o êmbolo fica novamente imobilizado [14].

No atuador Airpel utilizado neste trabalho, o fabricante pretende que a curva da força de atrito em função da velocidade do êmbolo não tenha a forma de uma curva como, por exemplo, a representada na Fig. 9a em que ocorre o efeito de Stribeck, ou outro tipo de comportamento complexo, mas sim algo mais próximo de uma curva de atrito de Coulomb como a representada na Fig. 9b, e com uma amplitude relativamente reduzida. Aliás, a Airpot anuncia que para os atuadores Airpel a força de atrito tem uma amplitude que vai de 1 a 2 % da força que estes exercem [13]. Através dos dados apresentados na Tabela 1, é possível calcular, para o atuador em questão que as forças de atrito máximas no avanço e no recuo não deverão ultrapassar, respetivamente, 5.48 N e 4.96 N. Como exemplo oposto, no atuador analisado em [1], o valor máximo da força de atrito é aproximadamente 25 % da força máxima que o atuador pode exercer, tendo-se observado ainda que mesmo quando o valor da força de atrito é mínimo, este será próximo de 20 N.

Introdução

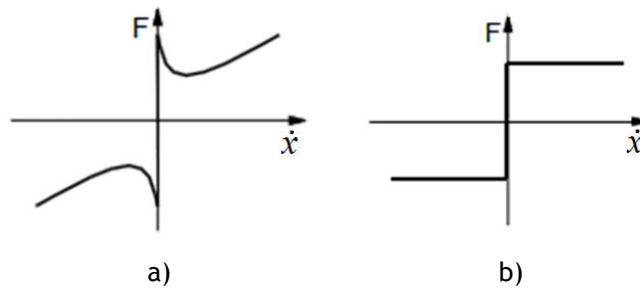


Fig. 9 - a) curva de atrito com efeito de Stribeck e b) curva de atrito de Coulomb

O segundo atuador utilizado é o modelo 0822200205 da Bosch. É um atuador de duplo efeito cujas características são apresentadas na Tabela 2.

Tabela 2 - Dimensões do atuador BOSCH 0822200205

Diâmetro do êmbolo [mm] - D_{p2}	32
Diâmetro da haste [mm] - D_{h2}	10
Curso [mm] - l_2	150

Os transdutores de pressão -Fig. 10- utilizados para medir a pressão nas câmaras do atuador de baixo atrito, são ambos fabricados pela Druck, de referência PTX 1400. As suas características mais relevantes encontram-se disponíveis na Tabela 3.



Fig. 10 - Transdutor de pressão

Tabela 3 - Características do transdutor de pressão PTX 1400

Gama de medição [bar]	0 a 10
Tensão de alimentação [VDC]	+24
Sinal de saída [mA]	4 a 20
Exatidão	0.2% do valor de fim de escala (FS)
Frequência de corte do filtro [Hz]	100

O caudalímetro utilizado para realizar todas as medições de caudal apresentadas neste trabalho é o modelo HFM 201 do fabricante Hastings [15], representado na Fig. 11. Este caudalímetro necessita ter para seu funcionamento uma fonte de alimentação externa.



Fig. 11 - Caudalímetro Hastings HFM 201

O fluxo de ar é medido em *Standard Liters Per Minute* (slpm) ou seja, litros de ar por minuto quando este se encontra em condições *standard* de pressão e temperatura, que são para este caudalímetro respetivamente 760 Torr (101325 Pa) e 293.15 K. Atendendo a isto o caudal medido em slpm pode ser convertido para kg/s recorrendo à igualdade:

$$\dot{m} \left[\frac{kg}{s} \right] = \frac{1.2926}{60 \cdot 10^3} \cdot \dot{m}[slpm] \quad (1)$$

Ao longo do presente trabalho, embora a unidade do sistema internacional seja o *kg/s*, são sobretudo utilizados valores em slpm dado o facto de esta unidade ser mais intuitiva e a mais adequada para as ordens de grandeza dos valores de caudal medidos. As principais características do caudalímetro Hastings HFM 201 estão contidas na Tabela 4.

Introdução

Tabela 4 - Características do caudalímetro Hastings HFM 201

Gama de medição [slpm]	0 a 100
Tensão de alimentação [VDC]	\pm (14 a 16)
Sinal de saída [VDC]	0 a 5
Exatidão e linearidade	\pm 1% do valor de fim de escala (FS)
Repetibilidade	\pm 0.5% do valor de fim de escala (FS)

1.3 Organização do trabalho

No segundo capítulo do presente trabalho é abordado e obtido o modelo dinâmico para a pressão e para a temperatura nas câmaras de um atuador pneumático.

No terceiro capítulo é descrita a dedução da equação utilizada para modelar o caudal de fugas presente nas câmaras do atuador. São também apresentadas e analisadas medições de caudal feitas com recurso a um caudalímetro e que são posteriormente comparadas com os resultados obtidos utilizando o modelo.

No quarto capítulo é descrito o processo experimental utilizado e as considerações tidas em conta para que seja possível caracterizar as câmaras do atuador, sendo os resultados obtidos pela utilização deste método apresentados e discutidos no quinto capítulo. Neste último são comentados os resultados e apreciada a validade do método utilizado.

Para finalizar, no sexto capítulo são apresentadas as conclusões relativas ao trabalho realizado e são sugeridos alguns estudos futuros.

2 Modelação das câmaras do atuador

A dinâmica das câmaras de um atuador pneumático pode ser dividida em duas componentes, a dinâmica de pressões e a dinâmica de temperaturas. A obtenção do modelo matemático representativo destas mesmas dinâmicas passa pela realização de uma análise termodinâmica de cada câmara, recorrendo ao teorema de transporte de Reynolds [16], que tem por princípio a análise do escoamento de fluidos dentro de um determinado volume de controlo. Este volume de controlo é uma região do espaço, abstrata, que envolve o sistema em estudo e que de forma genérica pode ser deformável.

Este teorema permite descrever o comportamento de uma determinada propriedade dentro de um determinado volume de controlo. Sendo essa propriedade definida por B e sendo $B^s = dB/dm$, ou seja o valor de B por unidade de massa (que não é mais do que o seu valor específico), VC o volume de controlo finito e SC a superfície deste volume (ou a superfície de controlo), pode ser escrito que [16]:

$$\frac{d}{dt}(B) = \frac{d}{dt} \left(\int_{VC} (B^s \cdot \rho) dV \right) + \int_{SC} (B^s \cdot \rho \cdot (\mathbf{v}_r \cdot \mathbf{n})) dA \quad (2)$$

Nesta expressão ρ é a massa volúmica do fluido, \mathbf{v}_r é a velocidade a que este cruza a superfície de controlo, sendo \mathbf{n} o vetor normal unitário normal exterior à superfície de controlo e dA o elemento de área dessa superfície por onde o fluido escoa para dentro e para fora do volume de controlo.

A equação (2) traduz que a variação total da propriedade B é a soma da sua variação dentro do volume de controlo com o efeito que a entrada e saída de fluxo nesse volume tem na mesma propriedade.

No caso específico da câmara do um atuador pneumático, como a representada na Fig. 12, a superfície de controlo é bem definida, sendo que apenas a secção delimitada pelo êmbolo se move com o próprio deslocamento deste último. Neste caso, o fluxo de fluido cruza a superfície de controlo em algumas secções específicas i de entrada/saída do volume de controlo, em que a área é constante, o que permite que a equação acima seja escrita na forma:

$$\frac{d}{dt}(B) = \frac{d}{dt} \left(\int_{VC} (B^s \cdot \rho) dV \right) + \sum (B_i^s \cdot \rho_i \cdot v_i \cdot A_i)_{out} - \sum (B_i^s \cdot \rho_i \cdot v_i \cdot A_i)_{in} \quad (3)$$

em que v_i é a velocidade do fluido na direcção normal à área A_i para um dado orifício i .

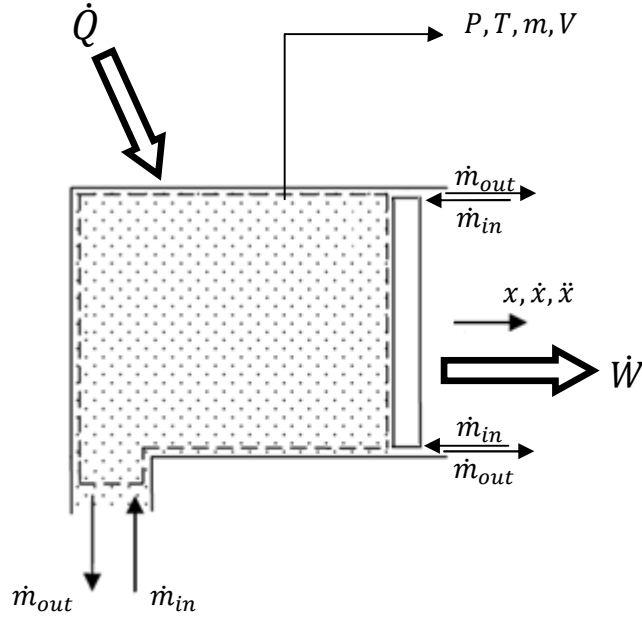


Fig. 12 - Câmara de um atuador pneumático

Para, a partir da utilização da equação (3), obter as equações representativas das dinâmicas de pressão e temperatura, recorre-se à aplicação das leis da conservação da massa e da energia. Considerando $B = m$ e $B^s = dm/dm = 1$ e aplicando a lei da conservação da massa ($dm/dt = 0$) à equação (2), é possível escrever-se que:

$$0 = \frac{d}{dt} \left(\int_{VC} \rho dV \right) + \rho_{out} \cdot v_{out} \cdot A_{out} - \rho_{in} \cdot v_{in} \cdot A_{in} \quad (4)$$

Considerando ainda que as propriedades termodinâmicas do ar são uniformes ao longo do volume de controlo, o termo da densidade do fluido é passado para fora do integral de volume, e assim é obtido que:

$$0 = \frac{d}{dt} (\rho \cdot V) + \rho_{out} \cdot v_{out} \cdot A_{out} - \rho_{in} \cdot v_{in} \cdot A_{in} \quad (5)$$

Aplicando novamente a equação (3), agora utilizando a lei de conservação de energia, com $B = E$ e $B^s = dE/dm = E^s$, pode ser escrito que:

$$\dot{E} = \frac{d}{dt} \left(\int_{VC} (E^s \cdot \rho) dV \right) + E_{out}^s \cdot \rho_{out} \cdot v_{out} \cdot A_{out} - E_{in}^s \cdot \rho_{in} \cdot v_{in} \cdot A_{in} \quad (6)$$

onde \dot{E} é a variação temporal da energia total do fluido que, tendo em conta o balanço energético implicado pela primeira lei da termodinâmica, pode ser escrito como:

$$\dot{E} = \dot{Q} - \dot{W} \quad (7)$$

sendo que \dot{Q} e \dot{W} representam, respetivamente, as variações no tempo das trocas de calor com o exterior e do trabalho fornecido ao sistema ou pelo sistema.

Por sua vez E^s , ou seja a energia específica contida no volume de controlo, é tipicamente considerada como sendo a soma da energia interna específica do fluido (U^s), com a energia cinética específica ($1/2 \cdot v^2$), com a energia gravítica ($g \cdot z$) e com uma série de formas de energia específica menos significativas (como a nuclear, a electrostática, etc.) que podem ser representadas simplesmente pelo seu somatório (E^s_{outros}).

$$E^s = U^s + \frac{1}{2} \cdot v^2 + g \cdot z + E^s_{outros} \quad (8)$$

Em servopneumática é no entanto bastante usual considerar-se apenas o termo relativo à energia interna específica [17], o que permite, mais uma vez tendo em conta a uniformidade das propriedades do fluido, rescrever a equação (6) como:

$$\dot{Q} - \dot{W} = \frac{d}{dt}(U^s \cdot \rho \cdot V) + U^s_{out} \cdot \rho_{out} \cdot v_{out} \cdot A_{out} - U^s_{in} \cdot \rho_{in} \cdot v_{in} \cdot A_{in} \quad (9)$$

Relativamente à potência libertada pelo fluido (\dot{W}) é usual serem consideradas três componentes: uma que resulta do trabalho mecânico realizado pelo movimento do êmbolo (\dot{W}_m), outra do trabalho realizado pelas forças de pressão (\dot{W}_p) e uma outra que é devida ao trabalho realizado pelas forças viscosas (\dot{W}_v), sendo que este último será desprezado, tendo em conta a baixa viscosidade do ar. A potência resultante do trabalho mecânico por sua vez, é dada como o produto da força pneumática pela velocidade a que o pistão se desloca, ou seja:

$$\dot{W}_m = P \cdot A \cdot \dot{x} \quad (10)$$

Quanto à potência devida ao trabalho das forças de pressão, esta é dada pelo produto entre a força exercida pela pressão num dado elemento de área dA e a componente do vetor de velocidade normal a esse mesmo elemento de área. Tendo em conta que o vetor de velocidade apenas é não nulo nas zonas em que há entrada ou saída de fluido, e que estes escoamentos podem por sua vez ser considerados unidireccionais, pode-se escrever que:

$$\dot{W}_p = P_{out} \cdot v_{out} \cdot A_{out} - P_{in} \cdot v_{in} \cdot A_{in} \quad (11)$$

Substituindo as equações (10) e (11) na equação (9), resulta:

$$\begin{aligned} \dot{Q} - P \cdot A \cdot \dot{x} = & \frac{d}{dt} (U^s \cdot \rho \cdot V) + \left(U_{out}^s + \frac{P_{out}}{\rho_{out}} \right) \cdot \rho_{out} \cdot v_{out} \cdot A_{out} \\ & - \left(U_{in}^s + \frac{P_{in}}{\rho_{in}} \right) \cdot \rho_{in} \cdot v_{in} \cdot A_{in} \end{aligned} \quad (12)$$

E uma vez que $(U_i^s + P_i/\rho_i)$ não é mais do que a entalpia específica do fluido (H_i^s) , esta equação pode ainda ser escrita como:

$$\dot{Q} - P \cdot A \cdot \dot{x} = \frac{d}{dt} (U^s \cdot \rho \cdot V) + H_{out}^s \cdot \rho_{out} \cdot v_{out} \cdot A_{out} - H_{in}^s \cdot \rho_{in} \cdot v_{in} \cdot A_{in} \quad (13)$$

Tendo em conta que o fluido de trabalho é o ar, e sendo este considerado um gás perfeito, podem ainda ser utilizadas as seguintes relações:

$$P \cdot V = m \cdot R \cdot T \quad (14)$$

$$U^s = c_v \cdot T \quad (15)$$

$$H^s = c_p \cdot T \quad (16)$$

onde R é a constante específica do ar, c_v é o calor específico a volume constante e c_p o calor específico a pressão constante, considerando-se constantes os valores destas duas últimas grandezas bem como, consequentemente, a razão entre elas $\gamma = c_p/c_v = 1.4$. Combinando as equações (5), (13), (14), (15) e (16), e realizando uma série de manipulações algébricas, são obtidas as equações representativas das dinâmicas de pressão e de temperatura para uma determinada câmara j de um atuador pneumático:

$$\frac{dP_j}{dt} = -\gamma \cdot \frac{P_j}{V_j} \cdot \frac{dV_j}{dt} + \gamma \cdot \frac{R}{V_j} \cdot \dot{m}_{in,j} \cdot T_{in} - \gamma \cdot \frac{R}{V_j} \cdot \dot{m}_{out,j} \cdot T_j + \frac{(\gamma - 1)}{V_j} \cdot \dot{Q}_j \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \frac{dT_j}{dt} = & \frac{T_j}{V_j} \cdot \frac{dV_j}{dt} \cdot (1 - \gamma) - \dot{m}_{out,j} \cdot \frac{R \cdot T_j^2}{V_j \cdot P_j} \cdot (\gamma - 1) \\ & + \dot{m}_{in,j} \cdot \frac{R \cdot T_{in}}{V_j \cdot P_j} \cdot (\gamma \cdot T_{in} - T_j) + \frac{(\gamma - 1) \cdot T_j}{V_j \cdot P_j} \cdot \dot{Q}_j \end{aligned} \quad (18)$$

onde \dot{m}_{in} e \dot{m}_{out} representam respetivamente os caudais mássicos de ar que entram e saem da câmara do cilindro, sendo que o seu valor poderá ser determinado através dos próprios modelos das servoválvulas utilizadas e dos modelos das eventuais fugas.

O termo \dot{Q} por sua vez pode ser escrito, desprezando as trocas de calor por radiação, na forma [18]:

$$\dot{Q} = \lambda \cdot A_q(x) \cdot (T_w - T) \quad (19)$$

sendo que λ é o coeficiente de transferência de calor (CTC) entre as paredes do cilindro e o ar no seu interior, $A_q(x)$ a área da superfície de transferência de calor e T_w é a temperatura na parede do cilindro. Esta temperatura por sua vez, pode ser considerada igual à temperatura ambiente pelos seguintes motivos; Em primeiro lugar, porque a condutividade térmica do ar é muito inferior à dos materiais utilizados no fabrico do atuador Airpel M24 (0.0257 W/(mK) para o ar enquanto que o valor é de 1.1 W/(mK) para o Pirex®, isto a 293.15 K) e portanto a temperatura na superfície interior da parede do cilindro será muito semelhante à temperatura média da mesma. Em segundo lugar porque a capacidade térmica das paredes do cilindro é muito maior do que a do ar contido no interior das câmaras, o que faz com que a temperatura média das paredes seja bem aproximada pela temperatura ambiente. É de referir que existem modelos mais complexos que aquele apresentado por [18], que inclusive têm em conta a não uniformidade da temperatura no interior do cilindro. Estes modelos são no entanto utilizados para requisitos de muito alta velocidade em máquinas de movimento alternado, sendo este modelo normalmente considerado suficientemente bom para aplicações de atuadores pneumáticos [17], [18] e [19].

No que diz respeito ao coeficiente de transferência de calor, este será dependente das condições a que o ar no interior do cilindro se encontra. Isto acontece porque no interior da câmara o principal mecanismo de transferência de calor é a convecção entre o ar e a parede interior do cilindro, uma vez que, como foi referido, o material constituinte do cilindro possui uma condutividade térmica muito mais elevada que a do ar. Assim, todo o calor que chega à parede interior é rapidamente libertado para o ambiente exterior, pelo que a interface entre o ar e a parede interior do cilindro é o principal condicionante do fluxo do calor transferido. Isto significa que a transferência de calor é sobretudo dependente das interações com as moléculas de ar, que são essencialmente os choques entre as partículas e entre essas mesmas partículas e a parede. Esses choques são por sua vez dependentes da temperatura e da pressão a que o ar se encontra, o que significa que o valor do coeficiente de transferência de calor deverá ser função dessas duas grandezas.

Um modelo muito utilizado para descrever o valor do coeficiente de transferência de calor é o modelo de Eichelberg simplificado [18]. Este modelo permite expressar o coeficiente de transferência de calor em função da pressão e da temperatura, escrevendo-se como:

$$\lambda(P, T) = \lambda_0 \cdot \left(\frac{P \cdot T}{P_0 \cdot T_0} \right)^{1/2} \quad (20)$$

em que λ_0 é o coeficiente de transferência de calor para as condições de pressão e temperatura P_0 e T_0 . Substituindo o modelo de Eichelberg simplificado na equação (19) e combinando esta com as equações (17) e (18), obtém-se para uma determinada câmara j :

$$\begin{aligned} \frac{dP_j}{dt} = & -\gamma \cdot \frac{P_j}{V_j} \cdot \frac{dV_j}{dt} + \gamma \cdot \frac{R}{V_j} \cdot \dot{m}_{in_j} \cdot T_{in} - \gamma \cdot \frac{R}{V_j} \cdot \dot{m}_{out_j} \cdot T_j \\ & + \frac{(\gamma - 1)}{V_j} \cdot \lambda_0 \cdot \left(\frac{P_j \cdot T_j}{P_0 \cdot T_0} \right)^{1/2} \cdot A_{qj}(x) \cdot (T_{amb} - T_j) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \frac{dT_j}{dt} = & \frac{T_j}{V_j} \cdot \frac{dV_j}{dt} \cdot (1 - \gamma) - \dot{m}_{out_j} \cdot \frac{R \cdot T_j^2}{V_j \cdot P_j} \cdot (\gamma - 1) + \dot{m}_{in_j} \cdot \frac{R \cdot T_j}{V_j \cdot P_j} \cdot (\gamma \cdot T_{in} - T_j) \\ & + \frac{(\gamma - 1) \cdot T_j}{V_j \cdot P_j} \cdot \lambda_0 \cdot \left(\frac{P_j \cdot T_j}{P_0 \cdot T_0} \right)^{1/2} \cdot A_{qj}(x) \cdot (T_{amb} - T_j) \end{aligned} \quad (22)$$

As equações (21) e (22) representam os modelos dinâmicos da pressão e da temperatura para uma câmara de um cilindro pneumático. A aplicação destas equações necessita no entanto que se conheça, para além do modelo para as servoválvulas utilizadas, também um outro modelo para as fugas existentes no atuador de forma a que seja possível determinar o caudal que entra (\dot{m}_{in}) e que sai (\dot{m}_{out}) da câmara. É também necessário que seja conhecido o valor do coeficiente de transferência de calor para as condições P_0 e T_0 , os volumes das câmaras e as suas áreas de transferência de calor.

O modelo de uma servoválvula não será abordado neste trabalho, visto este ser determinado normalmente pela análise da mesma e independentemente do atuador (ou outro equipamento) que comanda. Quanto ao modelo para o caudal de fugas, este é característico de cada atuador específico e tem como variáveis as condições termodinâmicas no interior das câmaras, logo a sua modelação deve estar intrinsecamente associada com o próprio modelo das câmaras.

3 Modelação e análise dos caudais de fugas

3.1 Modelo matemático de fugas

Devido à ausência de vedantes no atuador Airpel M24, verificam-se fugas de ar através do espaçamento existente entre o êmbolo e o cilindro e através do furo por onde a haste atravessa a cabeça anterior do atuador, como se encontra esquematizado na Fig. 13.

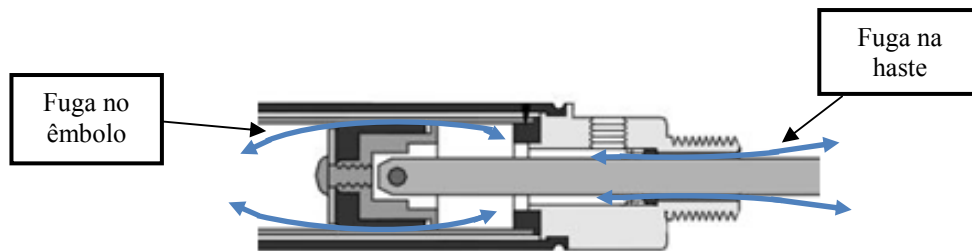


Fig. 13 - Representação das fugas

Estes orifícios (ou canais) de fuga têm a forma de um anel de secção constante e de área muito reduzida, sendo a sua diferenciação meramente dimensional o que faz com que os modelos característicos das fugas para ambos os casos sejam formalmente iguais. Desta forma, as equações matemáticas que definem o modelo de cada canal de fuga deverão ser semelhantes para ambos os casos em análise, tendo no entanto valores diferentes para as várias grandezas que os caracterizam. Assim sendo, a dedução do modelo matemático de fugas pode ser apresentada com recurso ao caso genérico para um qualquer caudal de fuga através de um anel de diâmetro interior D_i e diâmetro exterior D_e como o representado na Fig. 14, e entre dois pontos de pressão designados por P_{A0} e P_{B0} .

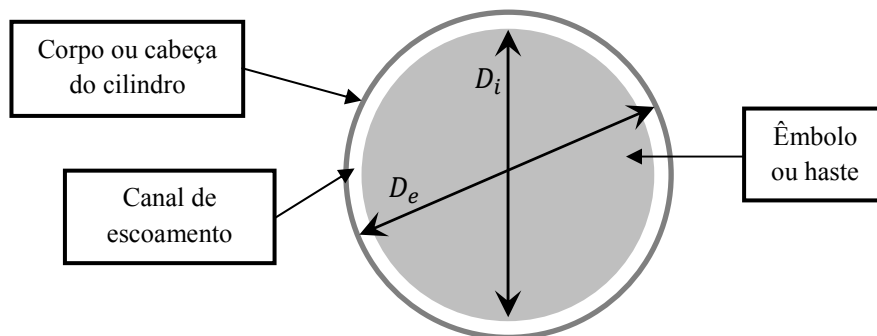


Fig. 14 - Representação do anel de escoamento

Relembrando que o ar é um gás perfeito, para este canal de fuga serão feitas varias considerações que se apresentam de seguida: A área (A_f) do canal de escoamento é constante em todo o seu comprimento. O escoamento é unidirecional variando a sua velocidade apenas ao longo do comprimento do canal. É também compressível e, assim sendo, a densidade do ar (ρ) não é constante, podendo ser representada convenientemente, utilizando a lei dos gases perfeitos, como:

$$\rho = P/(T \cdot R) \quad (23)$$

Uma vez que o escoamento em questão pode ser visto como um processo de "*throttling*" (ou "estrangulamento") pode, por isso, ser considerado isentálpico. É possível considerar-se ainda, porque o fluido em estudo é um gás perfeito, que é um escoamento isotérmico. Trata-se ainda de um escoamento estável, ou seja, o caudal mássico é constante em qualquer secção cuja normal é a direção do escoamento e pode portanto ser escrito como:

$$\dot{m} = \rho \cdot v \cdot A_f \quad (24)$$

onde v é a velocidade do escoamento. Por sua vez a força por unidade de área que a parede do canal exerce no sentido contrário ao fluxo de ar é dada por [20]:

$$\tau_w = \frac{\bar{f} \cdot \rho \cdot v^2}{8} \quad (25)$$

onde \bar{f} é a constante adimensional que representa o fator de fricção de Darcy. Uma vez que quando comparado com a sua espessura, o comprimento do canal de fuga é relativamente elevado, assume-se que o fluido nunca atinge valores de caudal mássico suficientemente elevados para que se considere o escoamento turbulento, ou seja, considera-se um escoamento laminar.

Por último importa referir que não é tido em conta o efeito da velocidade do êmbolo no caudal de fugas. Isto deve-se ao facto do valor da velocidade do ar no canal de escoamento, quando comparada com a velocidade do êmbolo, ser, na maioria dos casos, suficientemente elevada para que se possa desprezar o efeito desta última.

O canal de escoamento pode, de forma esquemática, ser analisado com base na Fig. 15, que não será mais que uma secção de corte radial do anel ao longo de um comprimento L entre os dois pontos de pressão P_{A0} e P_{B0} . Nesta figura estão representadas as várias forças exercidas sobre um elemento de volume diferencial de comprimento dy (na direção do fluxo de massa) definido ao longo do canal de escoamento.

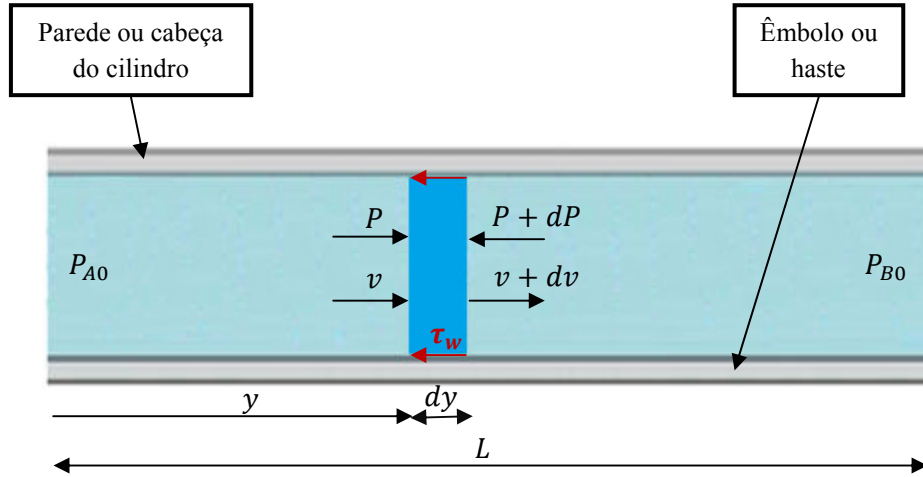


Fig. 15 - Esquema do escoamento ao longo do canal de fuga

Do balanço das forças representadas resulta que [16]:

$$P \cdot A_f + \dot{m} \cdot v = (P + dP) \cdot A_f + \dot{m} \cdot (v + dv) + \tau_w \cdot dA_w \quad (26)$$

equação esta, que pode ser simplificada para:

$$A_f \cdot dP + \dot{m} \cdot dv + \tau_w \cdot dA_w = 0 \quad (27)$$

Combinando a equação (27) com as equações (24) e (25), obtém-se:

$$A_f \cdot dP + \rho \cdot v \cdot A_f \cdot dv + \frac{\bar{f} \cdot \rho \cdot v^2}{8} \cdot dA_w = 0 \quad (28)$$

tendo em conta que:

$$A_f = \frac{\pi}{4} \cdot (D_e^2 - D_i^2) \quad (29)$$

$$dA_w = \pi \cdot (D_e + D_i) \cdot dy \quad (30)$$

Combinando as equações (28), (29) e (30), e dividindo ambos os membros da igualdade resultante por $\rho \cdot v^2 \cdot A_f$, resulta:

$$\frac{dP}{\rho \cdot v^2} + \frac{dv}{v} + \frac{\bar{f}}{2} \cdot \frac{(D_e + D_i)}{(D_e^2 - D_i^2)} \cdot dy = 0 \quad (31)$$

Combinando esta ultima com as equações (23) e (24) pode ser escrito:

$$\frac{P}{T \cdot R} \cdot \frac{dP}{\left(\frac{\dot{m}}{A}\right)^2} + \frac{dv}{v} + \frac{\bar{f}}{2} \cdot \frac{(D_e + D_i)}{(D_e^2 - D_i^2)} \cdot dy = 0 \quad (32)$$

Por outro lado se as equações (23) e (24) forem combinadas entre si é possível escrever que:

$$P \cdot v = \frac{\dot{m} \cdot T \cdot R}{A_f} \quad (33)$$

o que permite concluir, uma vez que o escoamento a ser tratado é considerado isotérmico e estável (sendo portanto T e \dot{m} constantes ao longo do canal de escoamento), que o produto entre a pressão e a velocidade ao longo desse mesmo canal é também contante (ou seja $P \cdot v = \text{Constante}$). Tendo isso em conta e aplicando a regra para derivação de um produto ao primeiro termo da própria equação (33) é obtido:

$$d(P \cdot v) = P \cdot dv + v \cdot dP = 0 \quad (34)$$

que permite escrever que:

$$\frac{dv}{v} = -\frac{dP}{P} \quad (35)$$

Aplicando esta igualdade à equação (32) resulta:

$$\frac{P}{T \cdot R} \cdot \frac{dP}{\left(\frac{\dot{m}}{A_f}\right)^2} - \frac{dP}{P} + \frac{\bar{f}}{2} \cdot \frac{(D_e + D_i)}{(D_e^2 - D_i^2)} \cdot dy = 0 \quad (36)$$

e integrando por fim esta equação entre os dois pontos de pressão extremos do canal P_{A0} e P_{B0} obtém-se:

$$\frac{1}{T \cdot R \cdot \left(\frac{\dot{m}}{A_f}\right)^2} \cdot \frac{(P_{B0}^2 - P_{A0}^2)}{2} - \ln \frac{P_{B0}}{P_{A0}} + \frac{\bar{f}}{2} \cdot \frac{(D_e + D_i)}{(D_e^2 - D_i^2)} \cdot L = 0 \quad (37)$$

Manipulando esta equação de forma a isolar o termo de caudal mássico e tendo em conta que a temperatura do ar escoado é igual à temperatura do ar a montante, é possível obter que:

$$\left(\frac{\dot{m}}{A_f}\right)^2 = \frac{(P_{A0}^2 - P_{B0}^2)}{T_A \cdot R \cdot \left[\bar{f} \cdot \frac{(D_e + D_i)}{(D_e^2 - D_i^2)} \cdot L + 2 \cdot \ln \left(\frac{P_{A0}}{P_{B0}} \right) \right]} \quad (38)$$

em que \dot{m} é o caudal mássico, A_f é a área pela qual se realiza o escoamento, P_{A0} e P_{B0} são respetivamente as pressões a montante e a jusante, R é a constante específica do ar, T_A é a temperatura do ar a montante do escoamento, L é o comprimento do canal de escoamento e D_e e D_i são respetivamente o diâmetro exterior e o diâmetro interior do anel.

Para escoamentos laminares o valor do fator de fricção de Darcy para um canal em forma de anel de espessura muito reduzida (em que $D_e/D_i \approx 1$), pode ser segundo [20] dado por:

$$\bar{f} = \frac{96}{Re} \quad (39)$$

onde Re é por sua vez o numero de Reynolds do escoamento, podendo este ser expresso por:

$$Re = \frac{\dot{m} \cdot D_H}{A_f \cdot \mu} \quad (40)$$

sendo μ a viscosidade do fluido e o diâmetro hidráulico $D_H = D_e - D_i$.

Combinando finalmente as equações (38), (39) e (40), pode-se escrever que:

$$\left(\frac{\dot{m}}{A_f}\right)^2 = \frac{(P_{A0}^2 - P_{B0}^2)}{T_A \cdot R \cdot \left[\frac{96 \cdot A_f \cdot \mu}{\dot{m} \cdot (D_e - D_i)} \cdot \frac{(D_e + D_i)}{(D_e^2 - D_i^2)} \cdot L + 2 \cdot \ln\left(\frac{P_{A0}}{P_{B0}}\right) \right]} \quad (41)$$

Uma vez que A_f , L , D_e e D_i são contantes e que a viscosidade do fluido (tratando-se este de ar) sofre variações muito pouco significativas na gama de temperaturas a que este é sujeito, podendo portanto ser também considerada constante, a equação (41) pode ser simplificada ao nível da sua escrita. Considerem-se as contantes:

$$C_a = \frac{1}{A_f^2} [m^{-4}] \quad (42)$$

$$C_b = \frac{96 \cdot A_f \cdot \mu}{(D_e - D_i)} \cdot \frac{(D_e + D_i)}{(D_e^2 - D_i^2)} \cdot L [m \cdot Pa \cdot s] \quad (43)$$

o que permite escrever:

$$\dot{m}^2 \cdot C_a = \frac{(P_{A0}^2 - P_{B0}^2)}{T \cdot R \cdot \left[\frac{C_b}{\dot{m}} + 2 \cdot \ln\left(\frac{P_{A0}}{P_{B0}}\right) \right]} \quad (44)$$

Procedendo às necessárias manipulações algébricas e à aplicação da fórmula resolvente, é possível explicitar \dot{m} como:

$$\dot{m} = \frac{-R \cdot T_A \cdot C_{ab} + \sqrt{(R \cdot T_A \cdot C_{ab})^2 - 8 \cdot \ln\left(\frac{P_{A0}}{P_{B0}}\right) \cdot R \cdot T_A \cdot C_a \cdot (-P_{A0}^2 + P_{B0}^2)}}{4 \cdot \ln\left(\frac{P_{A0}}{P_{B0}}\right) \cdot R \cdot T_A \cdot C_a} \quad (45)$$

onde C_{ab} é o produto $C_a \cdot C_b$.

A equação (45) é no entanto apenas válida entre dois pontos de um escoamento laminar totalmente desenvolvido, não tendo por isso em conta a queda de pressão que se verifica com a compressão e aceleração realizada pelo fluido ao entrar no canal de escoamento e com os efeitos inversos verificados na saída desse canal, como representado na Fig. 16.

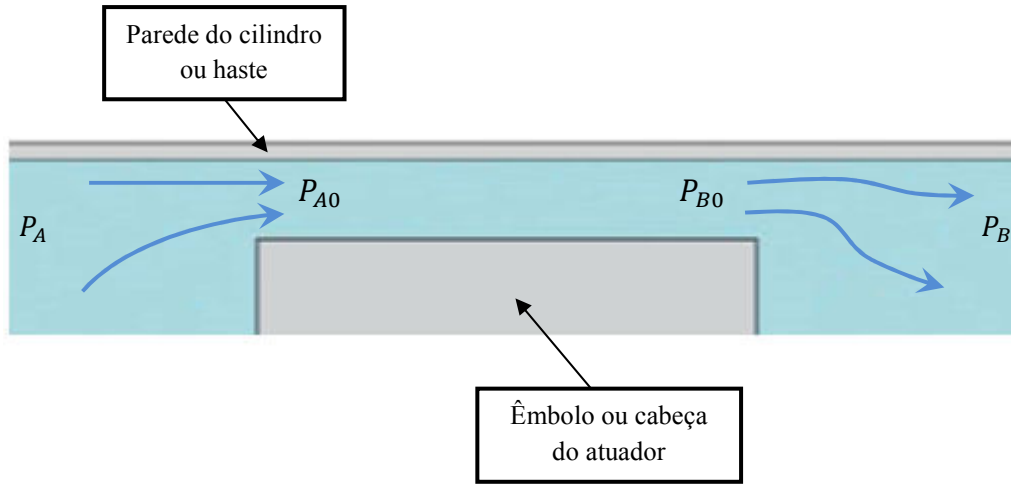


Fig. 16 - Representação esquemática dos canais de fuga

Os valores de pressão P_{A0} e P_{B0} que surgem na equação (45) são portanto diferentes dos valores de pressão nas câmaras P_A e P_B respetivamente na câmara principal e na câmara secundária, passíveis de medição direta por transdutores de pressão. A correta aplicação da equação de caudal (45) necessita assim que os valores de P_{A0} e P_{B0} sejam estimados a partir de P_A e P_B . Tipicamente para escoamentos entre duas câmaras (cujas dimensões sejam suficientemente grandes para considerar que o ar no seu interior se encontra parado) através de um tubo de diâmetro muito reduzido (como o esquematizado na Fig. 17), as quedas de pressão na entrada e na saída de um tubo são descritas como [20]:

$$P_A - P_{A0} = (K_A + 1) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\dot{m}^2}{A_f^2 \cdot \rho_{A0}} \quad (46)$$

$$P_{B0} - P_B = (K_B - 1) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\dot{m}^2}{A_f^2 \cdot \rho_{B0}} \quad (47)$$

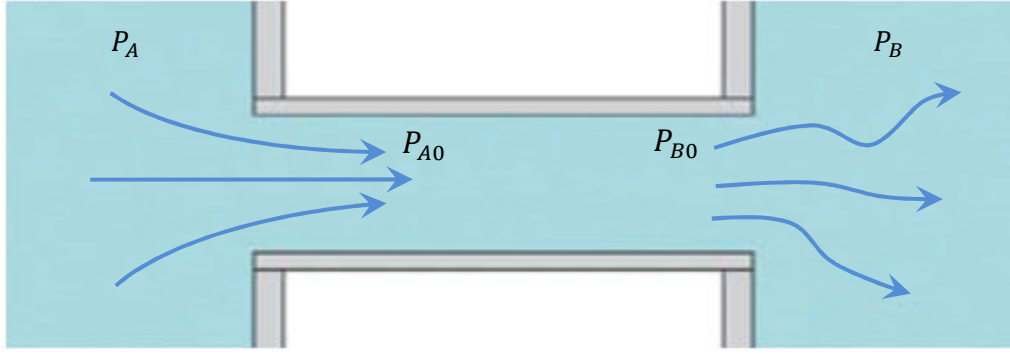


Fig. 17 - Esquema do escoamento através de um tubo de pequenas dimensões

Nas equações (46) e (47), K_A e K_B são constantes, com valores entre 0 e 1, que representam as perdas que ocorrem respetivamente na entrada e na saída do canal de escoamento. Tendo em conta a reduzida dimensão deste canal de escoamento, quando comparado com a câmara do cilindro, é aceitável considerar que toda a energia cinética do escoamento é dissipada à saída do primeiro, considerando-se por isso $K_B = 1$ e consequentemente $P_B = P_{B0}$. Quanto a K_A , o seu valor tem que ser determinado de alguma forma. No entanto a própria equação levanta um problema que condiciona a sua utilização. Como esta contém um termo com \dot{m}^2 , quando combinada com a equação (45) não será possível obter uma expressão explícita para \dot{m} , o que tornaria impraticável a implementação em simulação deste modelo e muito menos a utilização da equação de caudal (45) numa solução de controlo. Além disso, as várias considerações levadas em conta para a aplicação das equações (46) e (47) são, em todo o caso, condições ideais, o que significa que para o caso em análise todas elas não passam de meras aproximações.

Assim sendo, será de seguida proposta a utilização de uma equação não dependente de \dot{m} mas capaz de traduzir a queda de pressão à entrada do escoamento. Importa referir a existência de uma série de fatores que contribuem para que o comportamento da queda de pressão à entrada dos escoamentos de fugas em estudo não seja rigorosamente semelhante ao estabelecido com a dedução das equações (46) e (47). Entre esses fatores encontram-se:

- O facto do canal de escoamento não ser um tubo cuja geometria da entrada, e mesmo ao longo de todo o seu comprimento, é regular.
- As dimensões e a geometria das câmaras pode não ser suficientemente adequada para considerar que o fluido fora do canal de escoamento está completamente parado.
- É ainda necessário ter em conta que em qualquer aplicação experimental os transdutores de pressão são montados junto aos orifícios de entrada das câmaras, o que faz com que, em condições dinâmicas, a pressão que estes medem não seja aquela que está efetivamente dentro das câmaras, mas sim à sua entrada (ou saída).

Propõe-se assim que a pressão P_{A0} seja estimada em função da queda de pressão entre as câmaras do atuador e da densidade do ar a montante do escoamento por:

$$P_{A0} = P_A - C_l \cdot \frac{(P_A - P_B)}{\rho_{A0}} \quad (48)$$

onde $C_l [J^{-1} \cdot kg]$ é uma constante a estimar. Uma vez que a densidade na entrada do escoamento poder ser expressa em função da pressão e da temperatura, por via da lei dos gases perfeitos, a equação (48) pode ser escrita na forma:

$$P_{A0} = P_A - C_l \cdot \frac{(P_A - P_B)}{\frac{P_{A0}}{T_A \cdot R}} \quad (49)$$

Multiplicando ambos os membros da equação (49) por P_{A0} , resulta:

$$P_{A0}^2 = P_A \cdot P_{A0} - C_l \cdot (P_A - P_B) \cdot T_A \cdot R \quad (50)$$

Esta equação pode ser então explicitada em ordem a P_{A0} recorrendo à fórmula resolvente, obtendo-se para o domínio de valores válidos:

$$P_{A0} = \frac{P_A + \sqrt{P_A^2 - 4 \cdot C_l \cdot (P_A - P_B) \cdot T_A \cdot R}}{2} \quad (51)$$

Uma vez obtida esta equação e combinando-a com (45) tem-se finalmente um modelo para o caudal mássico de fugas.

Interessa ainda referir que a equação (48) foi proposta porque permite obter bons resultados nos procedimentos descritos nos seguintes capítulos, sendo que a razão específica que justifica a sua marcada diferença com as equações (46) e (47) foi profundamente explorada pelo autor deste trabalho mas, apesar de todos os esforços, não foi possível chegar a nenhuma conclusão sólida. No entanto, e como será apresentado no quinto capítulo do presente trabalho, a sua eficácia para o cálculo do caudal de fugas é muito boa.

Utilizando as equações (51) e (45) para definir o modelo para o caudal mássico de fugas, e conjugando-as com o modelo apresentado no segundo capítulo, para descrever as dinâmicas de pressão (21) e de temperatura (22) no interior de uma câmara de um atuador pneumático, é possível, finalmente, apresentar um modelo dinâmico completo para uma determinada câmara j de um atuador pneumático.

Relembrando as equações já apresentadas nas secções anteriores, esse modelo dinâmico é constituído por:

$$\begin{aligned} \frac{dP_j}{dt} = & -\gamma \cdot \frac{P_j}{V_j} \cdot \frac{dV_j}{dt} + \gamma \cdot \frac{R}{V_j} \cdot \dot{m}_{inj} \cdot T_{in} - \gamma \cdot \frac{R}{V_j} \cdot \dot{m}_{outj} \cdot T_j \\ & + \frac{(\gamma - 1)}{V_j} \cdot \lambda_0 \cdot \left(\frac{P_j \cdot T_j}{P_0 \cdot T_0} \right)^{1/2} \cdot A_{qj}(x) \cdot (T_{amb} - T_j) \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} \frac{dT_j}{dt} = & \frac{T_j}{V_j} \cdot \frac{dV_j}{dt} \cdot (1 - \gamma) - \dot{m}_{out\,j} \cdot \frac{R \cdot T_j^2}{V_j \cdot P_j} \cdot (\gamma - 1) + \dot{m}_{in\,j} \cdot \frac{R \cdot T_j}{V_j \cdot P_j} \cdot (\gamma \cdot T_{in} - T_j) \\ & + \frac{(\gamma - 1) \cdot T_j}{V_j \cdot P_j} \cdot \lambda_0 \cdot \left(\frac{P_j \cdot T_j}{P_0 \cdot T_0} \right)^{1/2} \cdot A_{qj}(x) \cdot (T_{amb} - T_j) \end{aligned} \quad (53)$$

Nas equações (52) e (53), os caudais mássicos que entram e saem das câmaras são dados pela soma do caudal que escoar pelo orifício de entrada/saída da câmara ($(\dot{m}_{out})_v$ e $(\dot{m}_{in})_v$), que é regulado por uma qualquer válvula, com o caudal que resulta do somatório dos n canais de fuga existentes na câmara ($\sum_{i=1}^n (\dot{m}_{out})_{fi}$ e $\sum_{i=1}^n (\dot{m}_{in})_{fi}$), ou seja:

$$\dot{m}_{out\,j} = (\dot{m}_{out})_{v\,j} + \sum_{i=1}^n (\dot{m}_{out})_{fi\,j} \quad (54)$$

$$\dot{m}_{in\,j} = (\dot{m}_{in})_{v\,j} + \sum_{i=1}^n (\dot{m}_{in})_{fi\,j} \quad (55)$$

com o caudal de fugas entre dois pontos de pressão P_A e P_B , em que P_A é superior a P_B , a ser dado por:

$$\dot{m} = \frac{-R \cdot T_A \cdot C_{ab} + \sqrt{(R \cdot T_A \cdot C_{ab})^2 - 8 \cdot \ln\left(\frac{P_{A0}}{P_B}\right) \cdot R \cdot T_A \cdot C_a \cdot (-P_{A0}^2 + P_B^2)}}{4 \cdot \ln\left(\frac{P_{A0}}{P_B}\right) \cdot R \cdot T_A \cdot C_a} \quad (56)$$

e:

$$P_{A0} = \frac{P_A + \sqrt{P_A^2 - 4 \cdot C_l \cdot (P_A - P_B) \cdot T_A \cdot R}}{2} \quad (57)$$

onde C_a , C_{ab} e C_l são constantes características de cada orifício de fuga.

3.2 Medições efetuadas ao caudal de fuga

Apesar de ser um objetivo do presente trabalho obter a caracterização das fugas sem se recorrer a medições experimentais das mesmas, a possibilidade de realizar essas medições com um caudalímetro permite não só fazer uma primeira análise a estas fugas, mas também obter dados que permitam uma comparação entre os valores medidos e os valores obtidos com o modelo de caudal apresentado atrás e caracterizado pelo procedimento descrito nos próximos capítulos. Esta comparação permitirá averiguar a aplicabilidade do procedimento utilizado. Para medir o caudal de fugas entre as câmaras do atuador e entre a câmara secundária e a atmosfera, recorreram-se a duas montagens experimentais distintas.

3.2.1 Caudal de fuga entre câmaras

Para a análise da fuga entre a câmara principal e a câmara secundária do atuador, utilizou-se a montagem experimental representada na Fig. 18. Nesta montagem fixa-se uma pressão na câmara principal através da válvula redutora de pressão (1). Tendo uma segunda válvula redutora de pressão diretamente ligada à câmara secundária (2), pode-se, assim, regular a queda de pressão entre câmaras, medida através dos dois transdutores (3 e 4). O caudalímetro (5) ligado à câmara principal mede o caudal mássico que entra nesta e só pode sair pelo canal de fuga entre câmaras.

A existência de uma diferença de pressões entre câmaras obriga à fixação da haste, caso contrario ocorrerá uma movimentação do êmbolo que não é de todo desejada. De forma a evitar o avanço do êmbolo basta bloquear a haste com um qualquer corpo rigidamente fixo como é esquematizado na Fig. 18. Quanto ao recuo, este nunca irá ocorrer com esta montagem experimental, uma vez que, devido à distribuição das válvulas reguladoras de pressão, a câmara secundária nunca poderá ser posta a uma pressão superior à da câmara principal, sendo esta segurança ainda potenciada pelo facto de a área efetiva ser maior para a câmara principal; ou seja, mesmo que a válvula reguladora de pressão diretamente ligada à câmara secundária esteja completamente aberta, o balanço de forças exercidas sobre o êmbolo favorecerá o seu avanço.

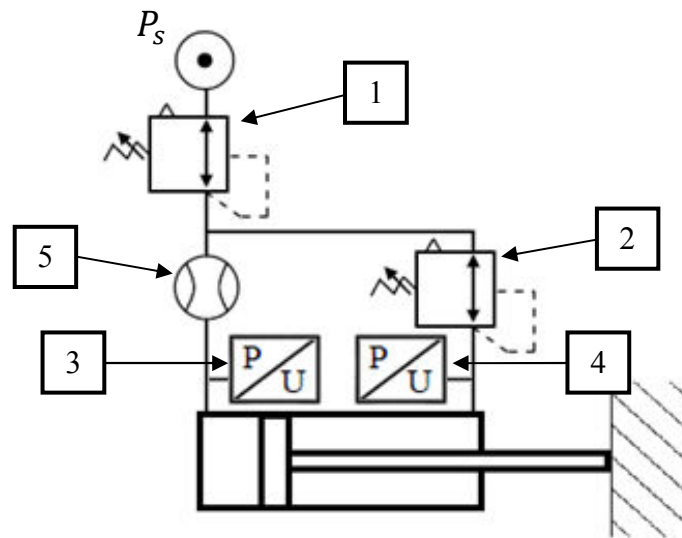


Fig. 18 - Montagem experimental para a medição da fuga entre câmaras

Nesta análise foram adquiridos simultaneamente dados provenientes do caudalímetro e dos dois transdutores de pressão. De forma a garantir a estabilidade do escoamento medido, a cada alteração efetuada nas pressões das câmaras o valor de caudal medido foi deixado estabilizar e o "patamar" de dados experimentais resultante foi mantido entre 50 a 100 segundos antes de se atuar novamente alguma das válvulas. Foi em seguida calculada a média dos inúmeros valores adquiridos em cada "patamar" de dados de caudal e nos respectivos patamares dos dados de pressão. Obteve-se com isso um ponto de caudal em função dos respectivos valores das pressões em cada uma das câmaras. Dos dados experimentais adquiridos com os quais é calculada a média de cada patamar são selecionados apenas aqueles que se encontram claramente na zona onde o valor médio do patamar estabilizou. Um conjunto típico de dados de pressões e caudal estão apresentados na Fig. 19, onde é evidenciado um conjunto de dados selecionados para o cálculo do valor médio de um determinado "patamar" de caudal e dos respectivos "patamares" de pressão nas câmaras a montante e a jusante do escoamento de fuga.

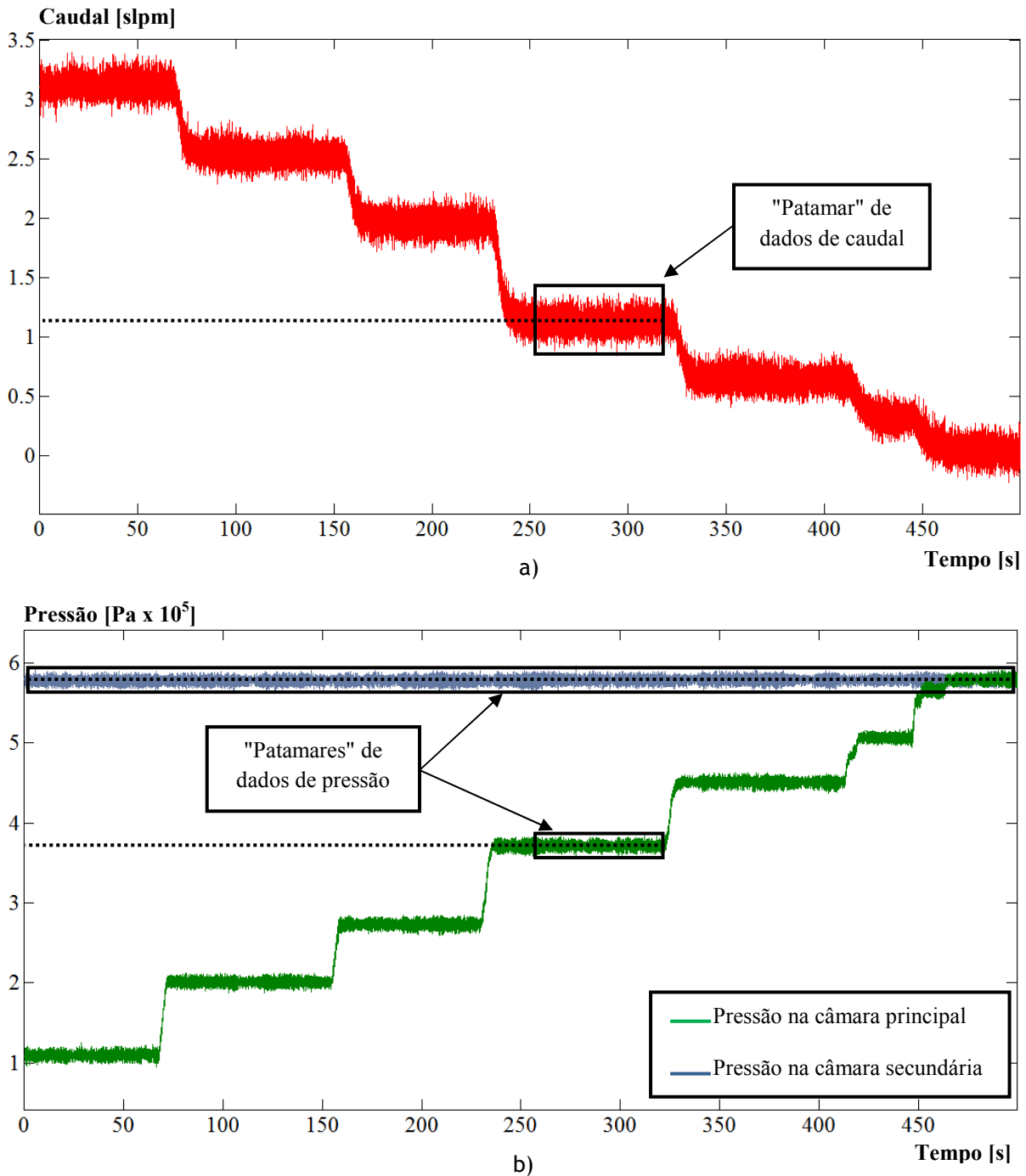


Fig. 19 - Dados experimentais de caudal (a) e respetivos valores de pressão nas câmaras (b))

Os pontos de caudal obtidos podem ser expressos na forma das curvas apresentadas na Fig. 20 que apresentam o caudal em função da queda de pressão entre câmaras ($P_A - P_B$), para cada valor fixo de pressão para a câmara principal (P_A). Este gráfico permite identificar a clara dependência do caudal mássico escoado com a sua densidade, o que é aliás espetável num fluido compressível como o ar. Isto significa que mesmo para quedas de pressão iguais, se os valores das pressões das câmaras aumentarem o caudal também aumentará.

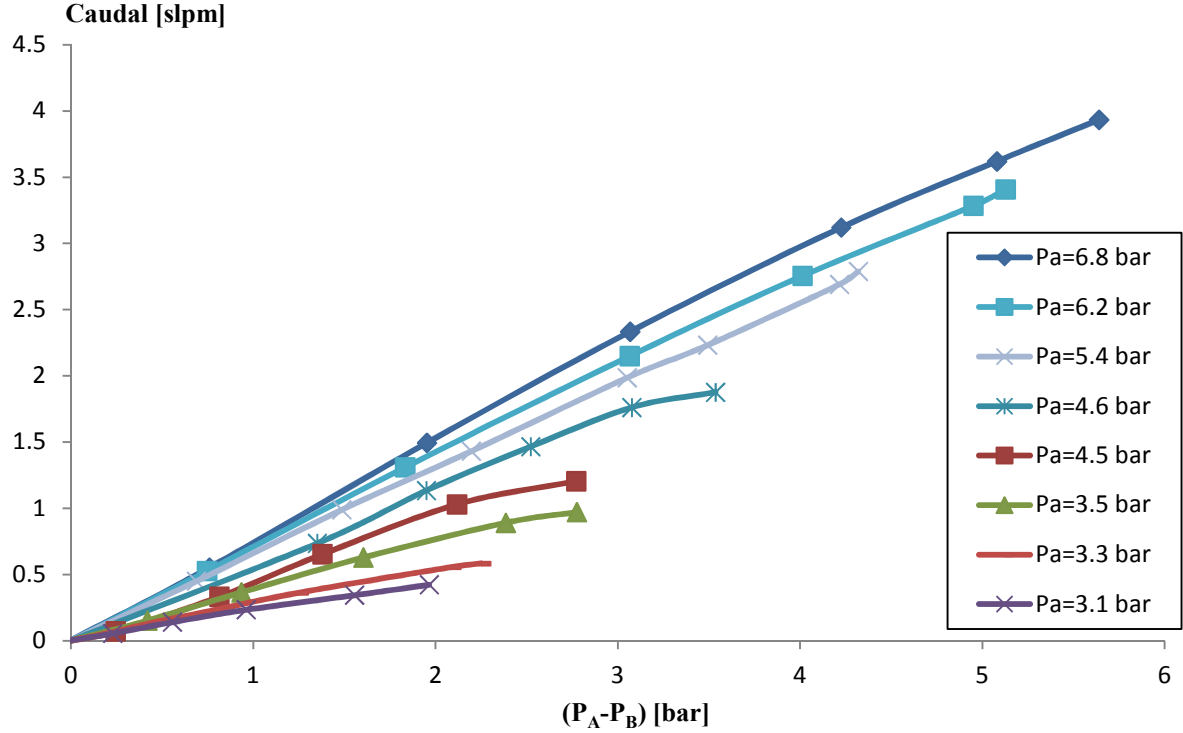


Fig. 20 - Caudal de fuga entre câmaras em função da queda de pressão

A densidade do fluido a ser escoado pode ser expressa em função da sua pressão e da sua temperatura através da lei dos gases perfeitos por:

$$\rho_A = \frac{m_A}{V_A} = \frac{P_A}{T_A \cdot R} \quad (58)$$

sendo que embora a temperatura possa para o caso em análise ser considerada constante ao longo do escoamento (ou seja, considerar-se o escoamento isotérmico) e igual à temperatura a montante deste, o valor de pressão é variável ao longo desse escoamento. No entanto, como pode aliás ser observado na dispersão de pontos apresentada na Fig. 21, existe uma aproximada relação linear entre $(P_A \cdot (P_A - P_B))$ e o caudal mássico, o que significa, uma vez que a temperatura do escoamento é aproximadamente igual para todos os pontos em análise, que o valor do caudal mássico pode ser, ainda que de forma grosseira, aproximado por:

$$\dot{m}_{AB} = \frac{1}{Rf_{AB}} \cdot \rho_A \cdot (P_A - P_B) = \frac{1}{Rf_{AB}} \cdot \frac{m_A}{V_A} \cdot (P_A - P_B) \quad (59)$$

onde Rf_{AB} é uma constante que representa a resistência ao escoamento de fugas (ou resistência fluidica) e ρ_A é a densidade a montante deste, e pode ser expressa combinando as equações (58) e (59), de onde resulta:

$$\dot{m}_{AB} = \frac{1}{Rf_{AB}} \cdot \rho_A \cdot (P_A - P_B) = \frac{1}{Rf_{AB}} \cdot \frac{P_A}{R \cdot T_A} \cdot (P_A - P_B) \quad (60)$$

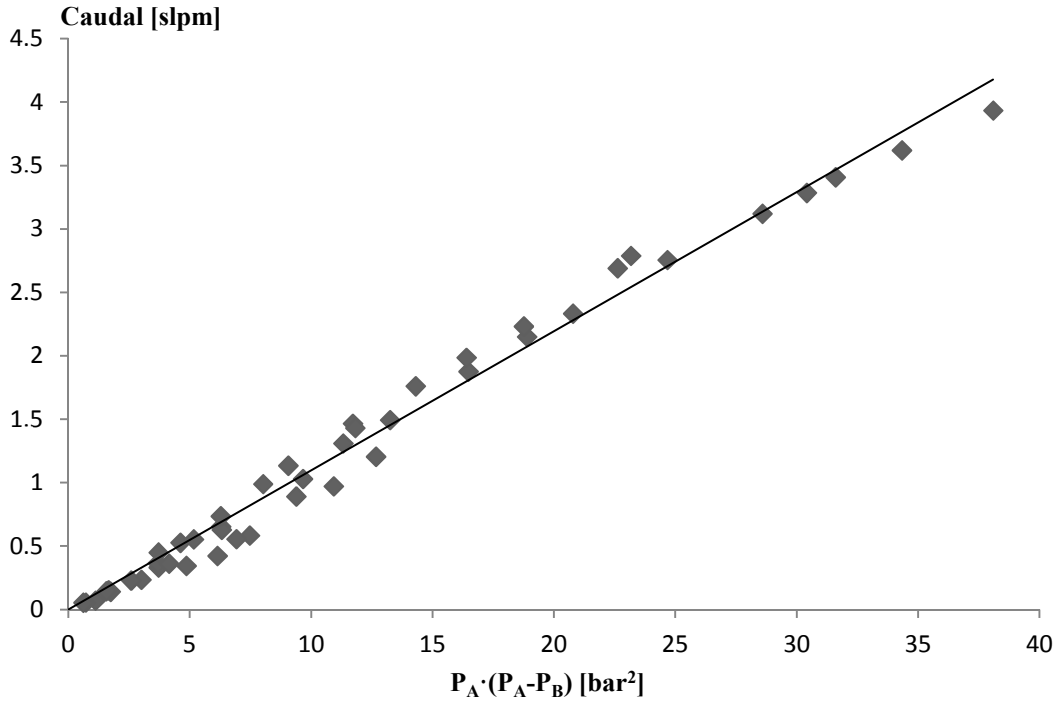


Fig. 21 - Caudal de fuga entre câmaras em função de $(P_A \cdot (P_A - P_B))$

A equação (60) será apenas uma aproximação muito grosseira da relação entre as pressões nas câmaras e o caudal mássico, apresentando resultados muito menos verosímeis do que aqueles que a equação (45) deduzida atrás poderá apresentar. No entanto esta equação será utilizada no quinto capítulo para fins que serão aí justificados.

Para determinar a constante Rf_{AB} , pode ser utilizado o declive da regressão linear dos pontos apresentados na Fig. 21, uma vez que:

$$\dot{m}_{AB} = 'declive' \cdot P_A \cdot (P_A - P_B) \quad (61)$$

o que permite, através da equação (60), escrever:

$$'declive' = \frac{1}{Rf_{AB} \cdot R \cdot T_A} \quad (62)$$

Resolvendo esta equação, em ordem a Rf_{AB} , e após a conversão das grandezas para unidades S.I. (slpm para kg/s e bar para pascal), considerando a temperatura do escoamento igual à temperatura ambiente, uma vez que todas as medições foram feitas em regime estacionário, com um valor medido durante os ensaios de aproximadamente 293.15 K, resulta um valor de $Rf_{AB} = 4.9 \times 10^{10} Pa^2 \cdot (J \cdot s)^{-1}$.

3.2.2 Caudal de fuga na haste

Para caracterizar as fugas que ocorrem a partir da câmara secundária do atuador para o seu exterior (pela haste), foi realizada a montagem experimental representada na Fig. 22. Neste caso em ambas as câmaras é imposto o mesmo valor de pressão, por via da válvula redutora (1), tendo o caudalímetro (2) sido montado de forma a que todo o ar proveniente desta última seja medido, enquanto que em simultâneo a pressão a montante da fuga é medida por um transdutor (3). A pressão a jusante é naturalmente a atmosférica. Uma vez que a única saída para o ar que entra para o atuador é pelo orifício de fuga em análise, o caudal lido pelo caudalímetro é igual ao caudal de fuga. O avanço da haste do cilindro foi impedido da mesma forma que na medição de caudal entre câmaras, sendo que neste caso a ocorrência de recuo está também impedida uma vez que a pressão é igual para ambas as câmaras e a diferença de áreas é favorável ao avanço.

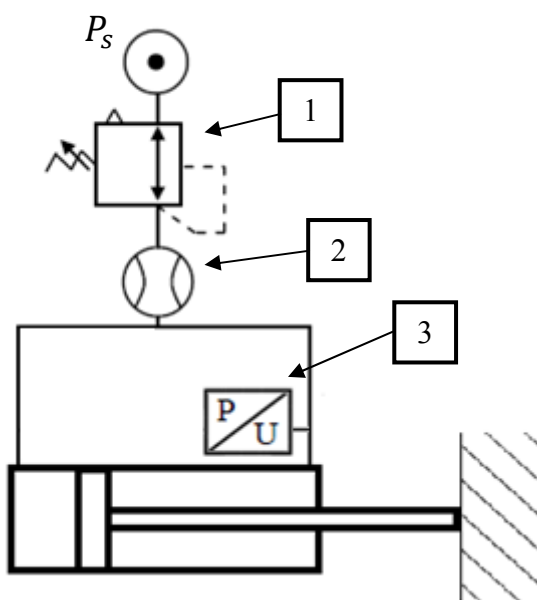


Fig. 22 - Montagem experimental para a medição da fuga na haste

A aquisição e o processamento dos dados foram em tudo análogos ao caso descrito anteriormente, sendo que neste caso apenas é regulável a pressão a montante do escoamento, uma vez que a pressão a jusante é sempre igual à pressão atmosférica.

Os vários pontos obtidos relativos ao caudal de fugas em análise estão representados na Fig. 23 onde o caudal mássico é apresentado em função do produto da pressão do ar no interior da câmara pela queda de pressão do canal de fuga. Como se pode observar, os valores do caudal de fuga neste segundo orifício são muito inferiores ao que se mediram para a fuga entre câmaras, ficando-se por valores cerca de 6 vezes menores.

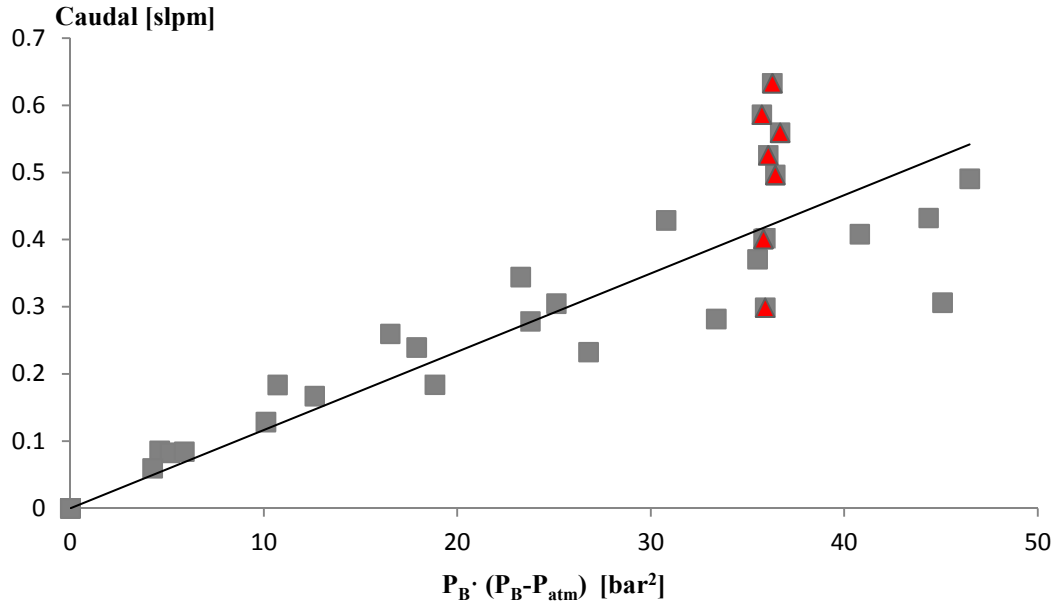


Fig. 23 - Caudal de fuga na haste em função de $(P_B \cdot (P_B - P_{atm}))$

Outra característica que pode ser observada neste gráfico é uma dispersão de valores relativamente grande. No entanto esta pode ser justificada por dois fatores bastante relevantes. Em primeiro lugar, e recordando as características do caudalímetro utilizado, é necessário referir que a ordem de grandeza dos caudais medidos nas diferentes fugas é muito reduzida. Tal como indicado na Tabela 4 do primeiro capítulo, este caudalímetro tem uma gama de 100 slpm, com uma exatidão de 1% e uma repetibilidade de 0.5% da sua gama; respetivamente 1 e 0.5 slpm. Estes valores são da ordem de grandeza das dispersões observadas. Em segundo lugar a existência das folgas que permitem as fugas, assim como a presença de uma rótula na ligação entre o êmbolo e a haste, fazem com que mesmo ligeiros desalinhamentos provoquem diferenças na resistência ao escoamento e, portanto, provoquem uma variação no valor do caudal, mesmo que as condições de pressão sejam mantidas. O efeito do desalinhamento está apresentado na Fig. 23, em que todos os pontos marcados com o símbolo [▲] foram obtidos apenas por via de uma ligeira variação na inclinação da haste provocada manualmente. Comprova-se assim que esse efeito é bastante significativo.

Embora a incerteza nos valores medidos nas fugas entre a câmara secundária e a atmosfera seja bastante significativa, é possível caracterizar o caudal perdido pela haste através de uma reta de tendência, da mesma forma que foi feito para a fuga entre câmaras. Neste caso o valor da resistência ao fluxo de ar é $Rf_h = 4.6 \times 10^{11} Pa^2 \cdot (J \cdot s)^{-1}$.

A incerteza inerente às medições efetuadas não é no entanto muito relevante para o presente trabalho visto que se pretende essencialmente utilizar os pontos de caudal medidos como termo de comparação com os resultados apresentados no quinto capítulo.

4 Procedimento experimental utilizado

A utilização das equações diferenciais representantes das dinâmicas de pressão e temperatura nas câmaras de um cilindro pneumático em aplicações de controlo automático exige que se determine, por via experimental, tanto os valores do coeficiente de transferência de calor do atuador e dos volumes mortos das câmaras, como as constantes que permitem completar a caracterização das fugas.

O procedimento utilizado em [9] para determinar as grandezas desconhecidas parte da análise isolada de uma das câmaras do atuador, onde se sabe que, numa situação de compressão suficientemente rápida, o aumento de pressão será, por um lado, dependente da diminuição do volume e, por outro, dependente da subida de temperatura que ocorre devido ao aumento de choques entre as partículas de ar. Logo, e por consequência, uma diminuição da pressão a volume constante que ocorre quando terminada essa súbita compressão dá-se, desde que o orifício de entrada/saída da câmara se mantenha fechado, devido a dois fatores:

- A queda de temperatura do ar que se encontra no interior da câmara, devido à transferência de calor entre esse ar e o exterior.
- A perda de massa de ar devido a fugas (se estas existirem).

Existem outros métodos utilizados para este tipo de caracterização de cilindros pneumáticos. Por exemplo, no caso de [10] é inserido ar dentro da câmara de um atuador, com o movimento do seu êmbolo bloqueado, até ser atingido um determinado valor de pressão. Aproxima-se depois a curva de pressão obtida com o modelo teórico da dinâmica de pressões (equação (52)). Este método exige no entanto que seja conhecido o caudal que entra na câmara, o que implica normalmente o conhecimento do modelo da servoválvula utilizada no enchimento desta, sendo isto um claro inconveniente.

No caso específico analisado em [9], não existem fugas de ar, o que faz com que a curva de evolução da pressão obtida seja bastante simples, devendo-se unicamente à transferência de calor com o exterior. Neste caso, as grandezas desconhecidas (o coeficiente de transferência de calor e o volume das câmaras) podem ser obtidas através de uma análise relativamente simples da constante de tempo da resposta de primeira ordem observada e recorrendo a uma série de considerações relativamente aos valores de pressão iniciais, máximos e finais. De realçar que, uma vez que não há fugas, a pressão final não é igual à pressão atmosférica mas sim a um valor de pressão que pode facilmente ser relacionado, recorrendo à lei dos gases perfeitos, com os valores da massa no interior da câmara, do volume da mesma e da temperatura ambiente.

A Fig. 24 apresenta o comportamento típico da pressão quando é realizada uma compressão suficientemente rápida da câmara principal de um cilindro pneumático isento de fugas. De forma a facilitar a análise deste tipo de curvas ao longo do presente trabalho, importa definir três estados que são comuns a todas elas, independentemente das condições em que são obtidas. O estado 1, no qual a pressão na câmara se encontra num valor estável antes de ser provocada a compressão, podendo ser esse valor a própria pressão atmosférica ou um qualquer valor regulado através de uma válvula reguladora de pressão. O estado 2, que ocorre imediatamente após a diminuição súbita do volume da câmara, no instante em que a pressão e a temperatura são máximas, e por fim o estado 3, que é atingido quando a variação da pressão se torna nula, o que no caso de um atuador sem fugas significa apenas que a

temperatura do ar dentro da câmara atingiu o valor da temperatura ambiente e, portanto, deixou de haver transferência de calor.

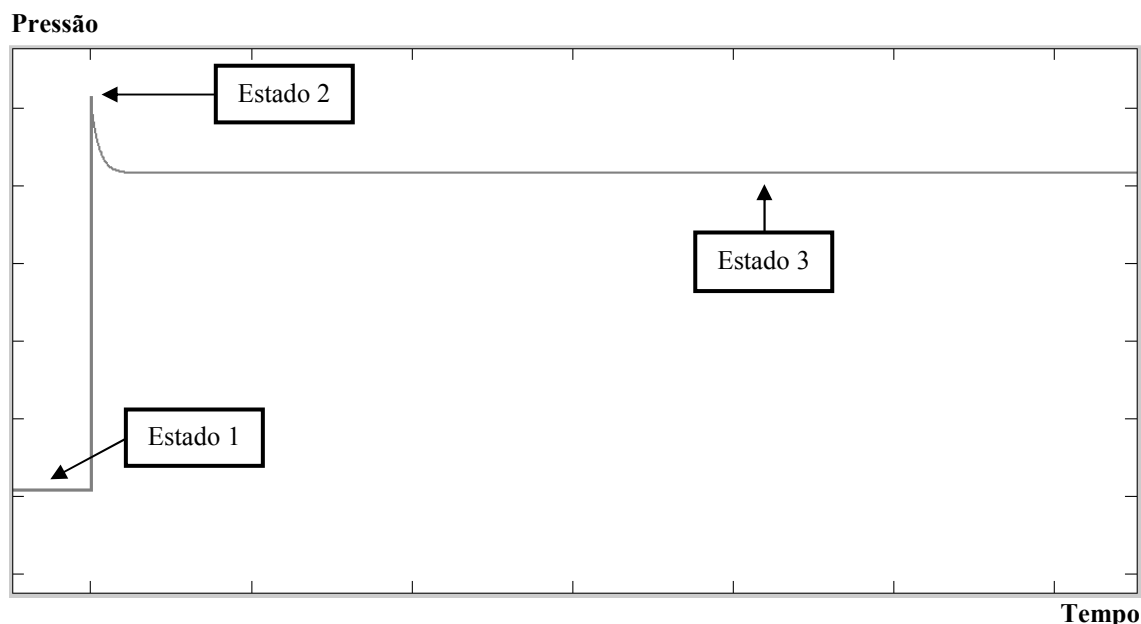


Fig. 24 - Resposta da pressão a uma compressão suficientemente rápida numa câmara de um atuador pneumático sem fugas

Para o atuador de baixo atrito Airpel M24, a aplicação das várias considerações analíticas e portanto a utilização do procedimento supracitado, fica condicionada devido à existência de fugas. De facto, a existência de fugas faz com que a resposta dinâmica da pressão não seja unicamente dependente da transferência de calor. Deixa também de ser possível determinar os valores dos volumes das câmaras relacionando as pressões medidas nos três estados apresentados, utilizando a lei dos gases perfeitos, dado que o valor de massa no interior da câmara deixa de ser constante para os três estados.

Na Fig. 25 é apresentada uma curva de pressão que ocorre na câmara principal de um atuador pneumático onde exista caudal de fugas, após sobre ela ser provocada uma súbita compressão. Neste caso, a pressão não para de diminuir enquanto o seu valor não igualar o valor da pressão existente a jusante da fuga e deixar por isso de haver fluxo de ar, só aí atingindo o que foi designado por estado 3.

Analisando a queda de pressão que se verifica entre os estados 2 e 3, e tendo em conta a equação diferencial de dinâmica de pressão apresentada no segundo capítulo, pode-se dizer que o comportamento da pressão pode ser visto, grosso modo, como a soma de duas respostas de primeira ordem, uma dependente da transferência de calor com o exterior e outra dependente da troca de massa de ar através do canal (ou dos canais) de fuga. Estas duas respostas têm à partida constantes de tempo muito diferentes, sendo que a componente de transferência de calor será normalmente mais rápida do que a componente devida ao caudal de fuga, uma vez que esta fuga é em qualquer caso relativamente reduzida.

A diferença existente na velocidade das respostas referidas pode ser evidenciada analisando diretamente a Fig. 25, na qual é clara a existência de uma inflexão entre os estados

2 e 3. Essa inflexão representa o ponto em que deixa de haver transferência de calor, passando a queda de pressão a ser unicamente devida à fuga de ar.

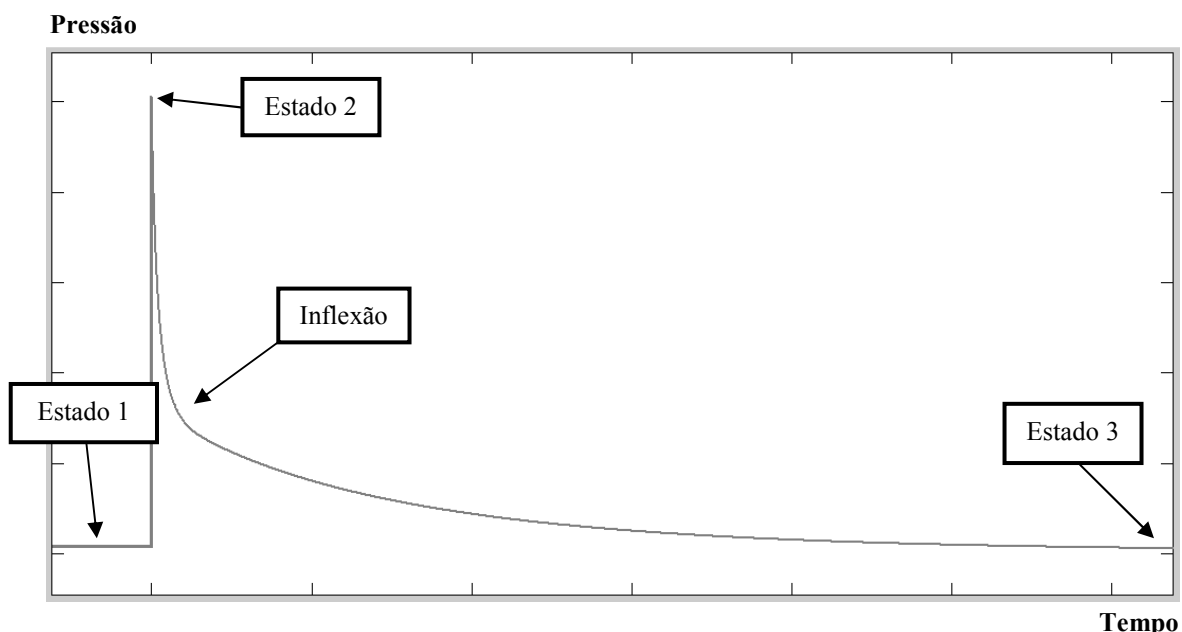


Fig. 25 - Resposta da pressão a uma compressão suficientemente rápida numa câmara de um atuador pneumático com fugas

No presente trabalho foi tido como objetivo a generalização do método aplicado a atuadores sem fugas analisado em [9], de forma a que, com a mesma instalação experimental aí utilizada, seja possível obter uma caracterização suficientemente boa das câmaras do atuador para aplicações de controlo automático. Assim sendo, para a caracterização dinâmica das câmaras do atuador é realizado exatamente o mesmo procedimento experimental aplicado em [9], sendo que a diferença para este reside na utilização e aplicação das curvas de evolução da pressão obtidas.

De forma a provocar a diminuição de volume suficientemente rápida para induzir um aumento de temperatura significativo no interior da câmara, é utilizado o circuito pneumático apresentado na Fig. 26. Nesta montagem foi utilizado um segundo atuador (1), que não é mais do que o atuador da marca Bosch referido no primeiro capítulo, montado de frente para o atuador de baixo atrito Airpel M24 a ser analisado (2), de forma a que o seu avanço, comandado por uma válvula direcional (3), provoque o recuo de (2). A câmara a comprimir está fechada através da utilização de uma válvula de retenção (4), montada a jusante de uma válvula reguladora de pressão (5) que tem como objetivo controlar a pressão da câmara no estado 1.

Se, durante a transição entre os estados 2 e 3, a pressão na câmara principal de (2) descer abaixo do valor da pressão ajustada por (5), haverá entrada de caudal na câmara o que não é de todo desejável. Isto irá ocorrer em todos os casos em que a válvula redutora de pressão (5) for utilizada para impor na câmara principal do atuador (2) uma qualquer pressão superior à atmosférica, visto que a determinado momento durante o decaimento da pressão da câmara o valor dessa última descerá abaixo do valor de pressão regulado. De forma a evitar que isso aconteça é necessário incluir uma válvula de assento axial (6) a montante ou a

jusante da válvula reguladora de pressão que permita fechar a parte do circuito responsável por pressurizar a câmara em análise. Assim sendo basta que esta parte do circuito pneumático seja pressurizada aquando a realização de ensaios nos quais se pretenda que a pressão da câmara antes da compressão (estado 1) seja superior à atmosférica, sendo a válvula (6) novamente comandada, de forma a despressurizar esse circuito, imediatamente após ser atingindo o estado 2 e antes que a válvula de retenção abra. A manipulação desta válvula pode perfeitamente ser feita com base no que é observado em tempo real no computador responsável pela aquisição de dados que está a receber os valores da pressão na câmara por via do transdutor de pressão (7) colocado à entrada desta.

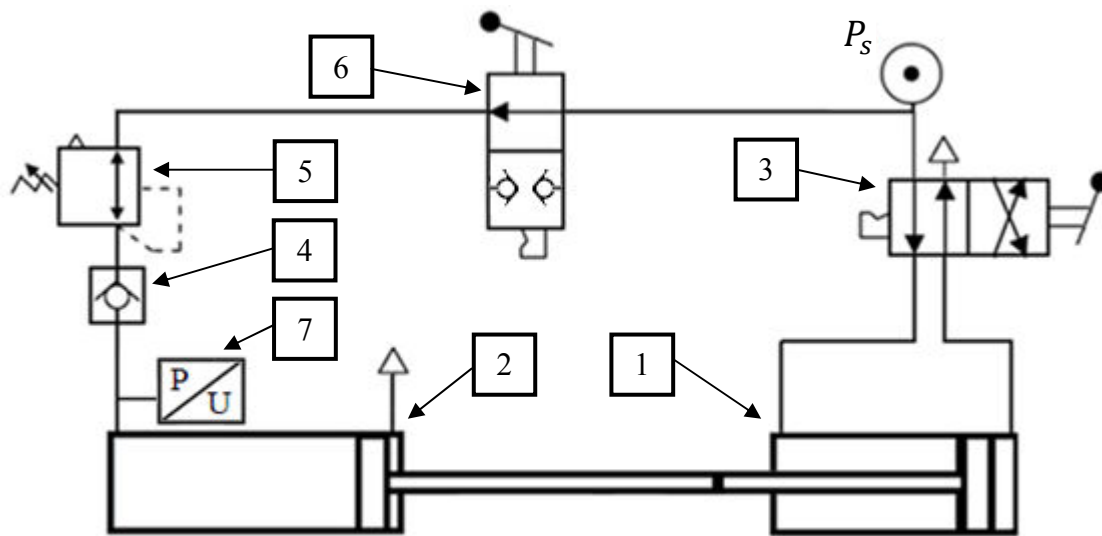


Fig. 26 - Montagem para a realização dos ensaios experimentais

De forma a alterar a montagem experimental para que seja possível a obter as curvas de pressão para a câmara secundária, todo o conjunto composto por (7), (4), (5) e (6) foi ligado ao orifício da câmara secundária. Para além disso, é necessário que as hastes dos dois atuadores sejam acopladas de forma a que o recuo do segundo atuador (1) provoque um avanço do atuador em análise (2). No caso deste trabalho este acoplamento foi feito recorrendo à ligação apresentada na Fig. 27, que se limita a utilizar duas placas de alumínio montadas nas respetivas hastes e apertadas entre si com recurso a dois parafusos e respetivas fêmeas.

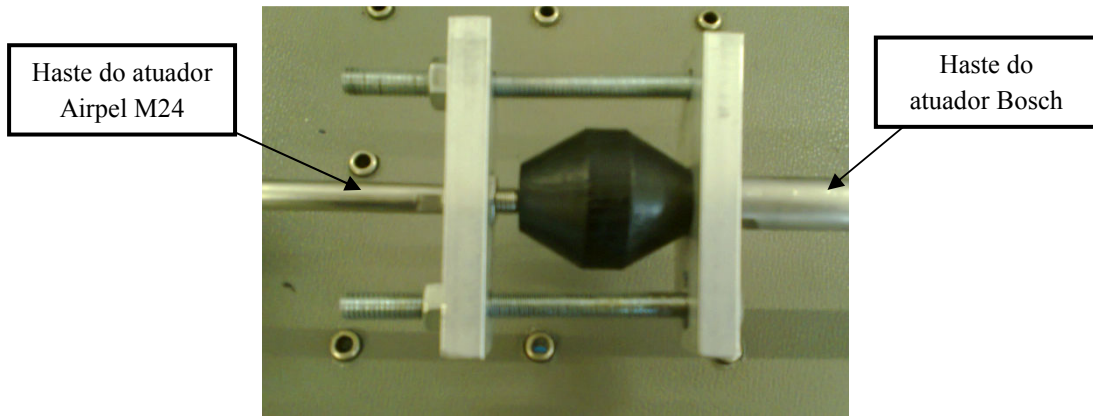


Fig. 27 - Acoplamento entre as hastes dos atuadores

Para que seja possível determinar as várias grandezas desconhecidas é necessário fazer uma análise aos três estados referidos acima, assim como aos fenómenos que ocorrem entre eles, de forma a saber quais os valores conhecidos das variáveis de estado e a sua relação ao longo do processo experimental.

No estado 1 (Fig. 28), antes de se dar a compressão, a pressão na câmara é conhecida (uma vez que está a ser medida através do transdutor de pressão) podendo ser ou não a pressão atmosférica, a temperatura na câmara é igual à temperatura ambiente, uma vez que, neste primeiro estado, o sistema se encontra num regime estacionário e o ar no interior da câmara, a menos de uma reduzida fuga, está essencialmente parado. Conhecidas estas duas grandezas, o valor da massa que se encontra dentro da câmara e o seu volume permanecem incógnitos, embora seja (através da lei dos gases perfeitos) possível relacioná-los entre si. Assim, pode ser escrito que no estado 1 se tem:

$$\begin{cases} P_1 = \text{valor medido} \\ T_1 = T_{amb} \\ m_1 = f(V_1, T_{amb}, P_1) = ? \\ V_1 = g(m_1, T_{amb}, P_1) = ? \end{cases}$$

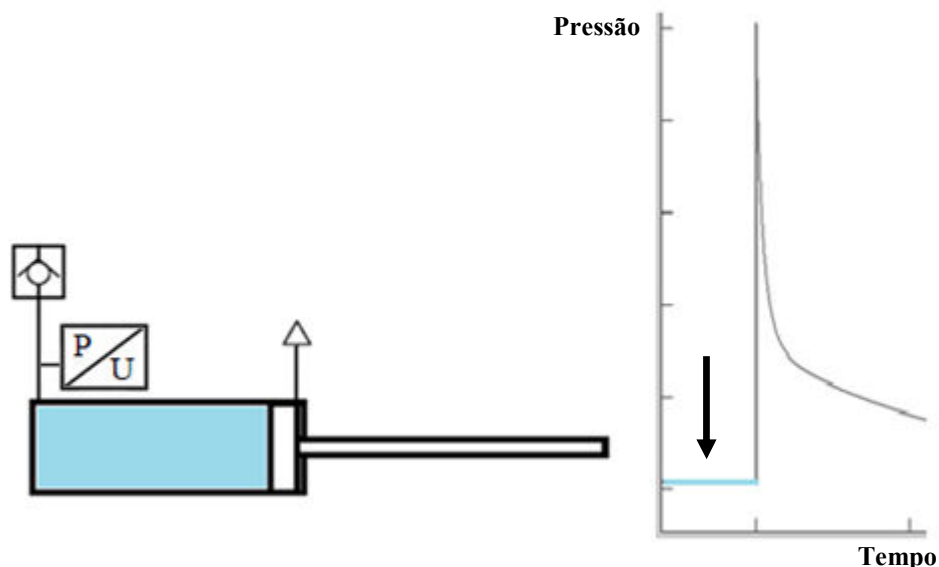


Fig. 28 - Estado 1

Imediatamente após se realizar a compressão (Fig. 29), são atingidos os valores máximos de pressão e de temperatura. A pressão é medida através do transdutor de pressão, mas a temperatura é desconhecida. A massa contida na câmara será neste estado a massa m_1 a menos de uma determinada percentagem que é perdida pelos canais de fuga durante a compressão e que será designada por m_{perdas} . O volume é V_1 a menos de uma variação de volume conhecida através do movimento do êmbolo durante a compressão. Este volume será designado por volume de curso (V_{curso}) e é calculado por: $V_{curso} = A_{p1} \cdot L_2$ em que L_2 é o curso do segundo atuador e A_{p1} é a área do êmbolo. Pode portanto ser dito que para o estado 2 se tem:

$$\begin{cases} P_2 = P_{max} \\ T_2 = h(V_2, m_2, P_2) = ? \\ m_2 = m_1 - m_{perdas} \\ V_2 = V_1 - V_{curso} \end{cases}$$

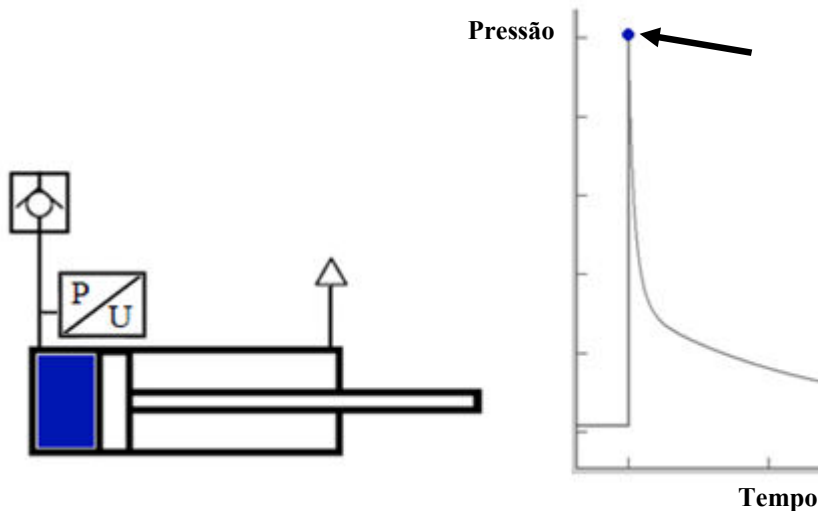


Fig. 29 - Estado 2

Atingido o estado 3 (Fig. 30), deixa de haver fluxo de ar entre câmaras, sendo que a câmara principal se encontra agora à pressão atmosférica e à temperatura ambiente. O volume da câmara neste estado é o mesmo que o volume no estado 2, dado que o êmbolo foi impedido de se mover durante toda a queda da pressão. Quanto à massa existente no interior da câmara, esta é novamente relacionada com as outras variáveis através da equação dos gases perfeitos. Assim sendo pode ser escrito que:

$$\begin{cases} P_3 = P_{atm} \\ T_3 = T_{amb} \\ m_3 = f(V_3, T_{amb}, P_{atm}) = ? \\ V_3 = V_2 \end{cases}$$

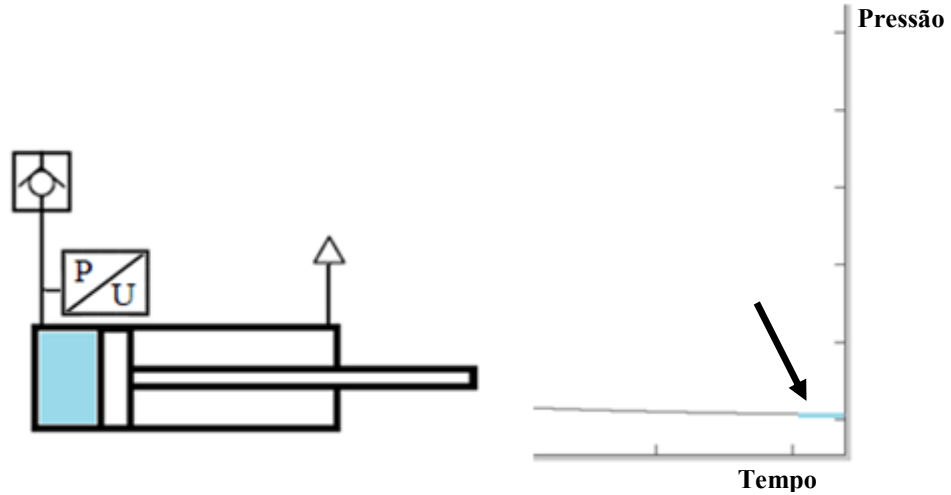


Fig. 30 - Estado 3

Se for considerado apenas o processo entre os estados 2 e 3 e for tida em conta a equação (52) para a dinâmica de pressão, apresentada no segundo capítulo, é possível verificar que entre estes dois estados esta equação pode ser simplificada, uma vez que nem existe entrada de caudal para a câmara do cilindro, nem existe qualquer variação de volume. Assim sendo, a equação da dinâmica de pressão pode ser escrita de forma simplificada como:

$$\frac{dP}{dt} = -\gamma \cdot \frac{R}{V} \cdot \dot{m}_{out} \cdot T + \frac{(\gamma - 1)}{V} \cdot k_0 \cdot \left(\frac{P \cdot T}{P_0 \cdot T_0} \right)^{1/2} \cdot (T_{amb} - T) \quad (63)$$

em que a condutância térmica $k_0 = \lambda_0 \cdot A_q(x)$ é constante, dado que a área de transferência de calor é constante (visto que o êmbolo está parado entre os dois estados). Quanto às grandezas P_0 e T_0 , como foi referido quando no segundo capítulo foi introduzido o modelo simplificado de Eichelberg, o coeficiente de transferência de calor tem um determinado valor para cada par de condições de pressão e de temperatura, por isso estas constantes podem ser arbitradas para os valores aos quais se pretender associar o CTC, tendo sido neste caso utilizados, respetivamente, 101325 Pa e 293.15 K. Combinando a equação (63) com as equações de caudal mássico propostas no terceiro capítulo ((56) e (57)), obtém-se o modelo matemático específico para o comportamento da pressão entre os estados 2 e 3.

Embora estas equações sejam conhecidas, os valores do coeficiente de transferência de calor, do volume da câmara e das constantes que definem a equação de caudal continuam incógnitas. A forma de estimar estas grandezas desconhecidas passa por implementar em simulação, recorrendo ao *software* Simulink®, o modelo descrito pelas equações (56), (57) e (63), de forma a poder simular o processo que ocorre entre os estados 2 e 3. A comparação entre a curva de pressão obtida em simulação e a curva obtida experimentalmente através dos ensaios previamente descritos permite obter os valores desconhecidos recorrendo a uma otimização destes, ou seja, o valor das grandezas desconhecidas será o valor que minimiza o erro entre a curva simulada utilizando o modelo teórico e a curva de pressão obtida experimentalmente.

Como representado na Fig. 31, a implementação da equação (63) pode ser dividida em dois termos, um que é relativo à saída do caudal mássico da câmara ($(dP/dt)_1$) e outro à transferência de calor verificada ($(dP/dt)_2$). Estes termos têm como variáveis de entrada a própria pressão, a temperatura, que pode ser definida pela lei dos gases perfeitos através da pressão do volume da câmara e da massa de ar que se encontra dentro desta, e o caudal de ar a sair da câmara, que é definido pelo modelo de caudal proposto no capítulo anterior (a combinação das equações (56) e (57)), em função das pressões a montante e a jusante da fuga e da temperatura.

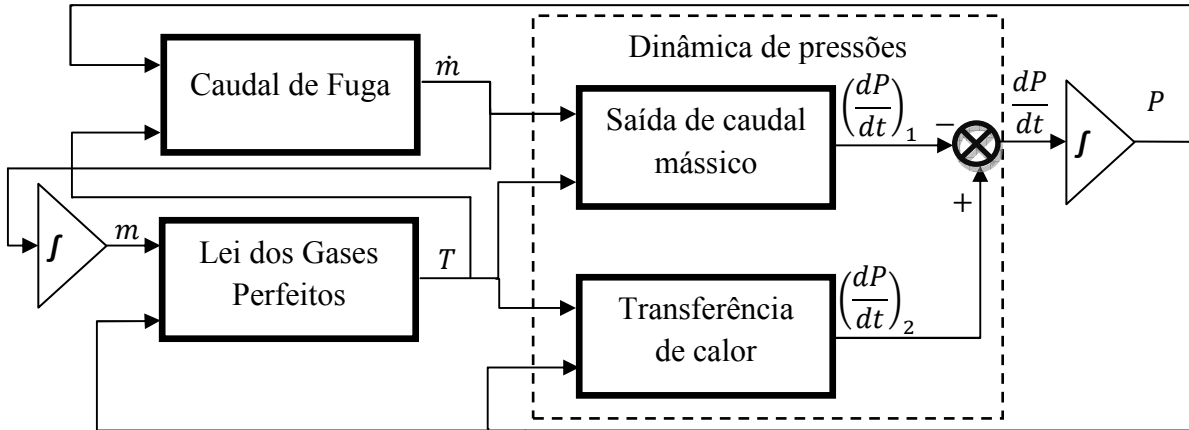


Fig. 31 - Esquema da implementação da simulação para a queda de pressão

O esquema da Fig. 31 representa essencialmente a implementação em simulação do modelo de dinâmica de pressões durante o decaimento da pressão na câmara do cilindro nas condições em que foram feitos os ensaios experimentais. De forma a melhor compreender o diagrama apresentado, as Fig. 32, Fig. 33, Fig. 34 e Fig. 35 apresentam o funcionamento específico de cada um dos blocos. Na Fig. 35 o caudal de fuga não é apresentado com a representação completa das equações de caudal uma vez que a forma e dimensão destas tornam essa esquematização confusa e extensa.

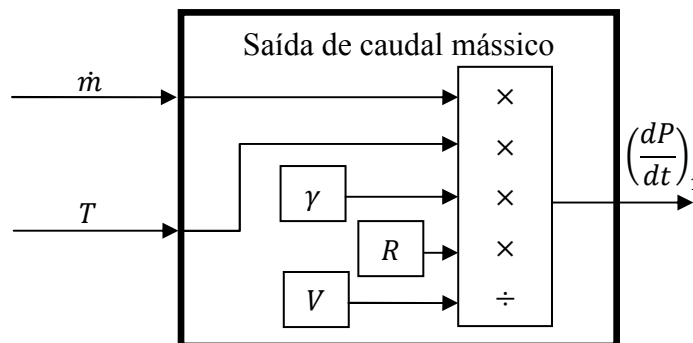


Fig. 32 - Bloco relativo ao efeito da saída de caudal na dinâmica de pressão

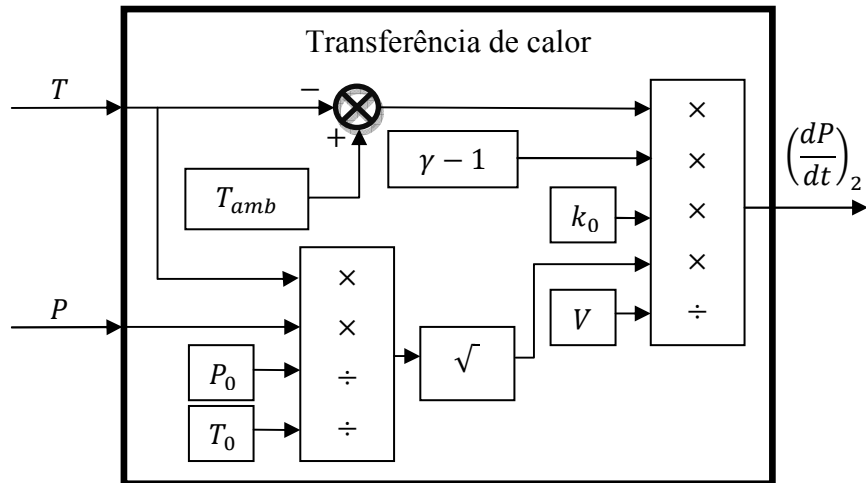


Fig. 33 - Bloco relativo ao efeito da transferência de calor na dinâmica de pressão

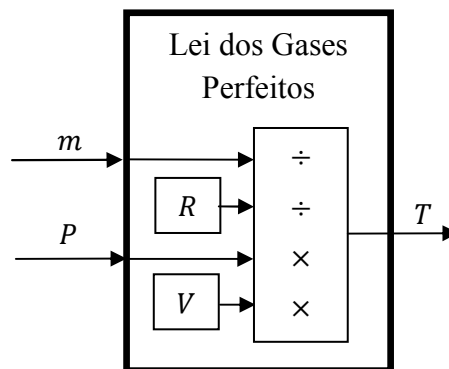


Fig. 34 - Bloco relativo à aplicação da lei dos gases perfeitos para a obtenção da temperatura

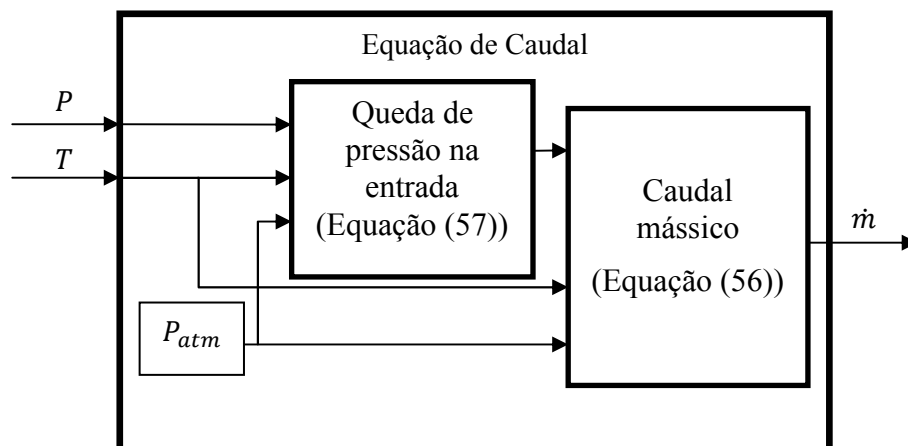


Fig. 35 - Bloco relativo ao caudal de fugas

Para realizar a simulação, é necessário ainda definir as condições iniciais dos integradores utilizados, ou seja, é necessário introduzir a pressão e a massa existentes na câmara em análise quando esta se encontra no estado 2. Para isso é necessário atender às várias condições que foram já identificadas atrás, durante as caracterizações individuais de cada estado. A definição da pressão inicial é muito simples, bastando, para a obter, encontrar o valor máximo medido com o transdutor de pressão, o que pode facilmente ser feito recorrendo a uma simples função disponível no Matlab® (a função *max*).

Para definir a massa existente na câmara é, em primeiro lugar, necessário estimar a massa existente na câmara antes da compressão, ou seja, no estado 1. Para estimar esta massa pode ser utilizada a lei dos gases perfeitos aplicada às condições conhecidas neste mesmo estado pois, como foi referido antes, sabe-se que o ar se encontra à temperatura ambiente e a pressão é aquela medida pelo transdutor, podendo ser a pressão atmosférica ou qualquer outra regulada com a válvula reguladora de pressão. Resolvendo a equação em ordem à massa obtém-se:

$$m_1 = \frac{P_1 \cdot V_1}{R \cdot T_{amb}} \quad (64)$$

A massa na câmara no estado 2 será então esta massa m_1 a menos de uma massa perdida durante o deslocamento do êmbolo. Embora tenham sido analisadas diferentes alternativas para estimar esta massa perdida, já identificada como m_{perdas} , fazendo as mais diversas considerações, concluiu-se que a velocidade não uniforme do movimento do êmbolo durante a transição entre os estados 1 e 2, tornam qualquer estimativa bastante incerta. Além disso, foi possível concluir que o aproveitamento desta constante como grau de liberdade adicional traz grandes vantagens à estimação das variáveis.

Todas as considerações até agora referidas são válidas na implementação da simulação do decaimento da pressão, tanto para a análise da câmara principal, como da câmara secundária do atuador. A diferença entre estes casos está especificamente na forma como é modelado o caudal de fugas, uma vez que no caso da câmara secundária existirão duas fugas. A fuga entre câmaras que é comum ao caso da câmara principal, e a fuga na haste, que introduz um novo conjunto de variáveis. Isto obriga a que seja necessário, em primeiro lugar, caracterizar a câmara principal, e só depois, com os valores obtidos para o coeficiente de transferência de calor e para a caracterização da fuga entre câmaras, seja possível proceder à análise da câmara secundária.

4.1 Análise da câmara principal

Quando combinada toda a informação referida até este ponto, a simulação para a análise da câmara principal do atuador pode ser implementada. As grandezas desconhecidas a determinar são:

- k_0 - a condutância térmica, que é o produto $\lambda_0 \cdot A_q(x)$, em que a área de transferência de calor poderá ser obtida quando conhecido o volume.
- V_A - o volume da câmara em análise, que representa a soma do volume efetivo conhecido, do volume das tubagens e dos volumes mortos do cilindro e dos restantes componentes a jusante da válvula de retenção.
- C_a, C_{ab} e C_l - as constantes que são características do modelo de caudal utilizado.
- m_{perdas} - que é um valor de ajuste para a condição inicial de massa.

Para realizar a estimativa dos valores destas constantes foi utilizada a ferramenta de otimização *fmincon* do Matlab®, que permite minimizar uma função objetivo de múltiplas variáveis. A função *fmincon* é definida como [21]:

$[x, fval] = \text{fmincon}(\text{função objetivo}, x0, A, b, Aeq, beq, lb, ub);$

$$A \cdot x \leq b$$

$$Aeq \cdot x = beq$$

$$lb \leq x \leq ub$$

onde:

- A função objetivo é a função a minimizar.
- $x0$ é o vetor dos valores iniciais para as variáveis da função objetivo.
- $A \cdot x \leq b$ e $Aeq \cdot x = beq$ são restrições lineares que podem ser definidas pela escolha de valores para A, b, Aeq e beq .
- lb e ub são os vetores que definem os limites inferiores e superiores, respetivamente, das variáveis da função objetivo.
- x é o vetor das variáveis que minimizam a função objetivo.
- $fval$ é o valor mínimo da função objetivo.

Para a utilização desta ferramenta de otimização é necessário definir uma função objetivo, que terá que calcular o erro ε_1 entre os dados experimentais e a simulação, em função um dado conjunto de valores atribuídos às várias incógnitas a determinar, podendo ser escrita como $\varepsilon_1(k_0, V_A, C_a, C_{ab}, C_l, m_{perdas})$. Esta função utiliza os valores introduzidos para as suas variáveis e corre a simulação implementada, recolhendo desta a curva referente ao valor da pressão ao longo do tempo. O vetor da curva de pressão obtido em simulação que será designado por $V_{pressão_{sim}}$ é então comparado com o vetor obtido experimentalmente e que será designado por $V_{pressão_{exp}}$, sendo esta comparação feita por:

$$erro_{pressão} = (V_{pressão_{sim}} - V_{pressão_{exp}})^T \cdot (V_{pressão_{sim}} - V_{pressão_{exp}}) \quad (65)$$

onde o $erro_{pressão}$ não é mais que o erro quadrático entre os dois vetores.

Em adição a este componente, foi também tida em conta a quantidade de massa de ar que deve passar pelo/s orifício/s de fuga ao longo da transição entre o estado 2 e o estado 3. Para tal, foi imposto um valor para a massa total que deve sair da câmara ao longo de todo o decaimento de pressão, impondo assim que o modelo de caudal efetivamente funcione, e evitando que o seu efeito no decaimento de pressão seja adulterado pelas restantes variáveis. A massa total de fugas, teórica, (m_{f-t}) terá que ser:

$$m_{f-t} = m_2 - m_3 \quad (66)$$

o que atendendo às considerações feitas para cada estado, pode ser traduzido por:

$$m_{f-t} = \frac{P_1 \cdot (V_A + V_C)}{R \cdot T_{amb}} - m_{perdas} - \frac{P_{atm} \cdot V_A}{R \cdot T_{amb}} \quad (67)$$

A massa total de fuga simulada é contabilizada durante a simulação, simplesmente integrando o valor do caudal mássico de fuga em função do tempo e guardando a curva resultante num vetor de dados.   então utilizando o último valor desse vetor (m_{f-s}) e comparado com o m_{f-t} que resulta do cálculo da equação (67). Refira-se que não   incontornável que se utilize o último valor do vetor de massa de fuga, podendo ser utilizado qualquer valor a partir do momento que se verifique que a pressão no interior da câmara em análise está   pressão atmosférica (visto que a partir desse ponto não haverá aumento da massa de fuga). No entanto, escusando qualquer tipo de consideração desnecessariamente complexa, desde que seja utilizado um tempo suficientemente grande de simulação de forma a garantir que é atingido um estado estacionário, o valor final dessa simulação será sempre válido. Define-se portanto o erro quadrático da massa de fugas como:

$$erro_{fuga} = \sqrt{\left(m_{f-s} - \left(\frac{P_1 \cdot (V_A + V_C)}{R \cdot T_{amb}} - m_{perdas} - \frac{P_{atm} \cdot V_A}{R \cdot T_{amb}}\right)\right)^2} \quad (68)$$

Tendo em conta estas duas componentes a função objetivo a minimizar não é mais do que:

$$\varepsilon_1(k_0, V_A, C_a, C_{ab}, C_l, m_{perdas}) = erro_{pressão} + \alpha \cdot erro_{fuga} \quad (69)$$

onde α é uma constante utilizada de forma a regular o peso da componente dos erros de massa final de forma a colocar ambos os componentes na mesma ordem de grandeza. Evita-se desta forma que a minimização de um deles seja dominante, fazendo com que outro seja "ignorado". Esta constante   arbitrada, sendo que no caso em questão se utilizou como critério que a componente relativa ao erro nas massas finais tenha um valor com uma amplitude entre cinco a dez vezes menor que a componente devida à curva de pressão, visto ser esta última a mais relevante.

A definição dos valores iniciais e dos limites inferiores e superiores a utilizar na otimização das variáveis pode ser motivada por vários critérios, desde a utilização de valores t picos (como para o caso da condutância térmica), passando por valores grosseiramente

estimados (como para os volumes das câmaras) e até mesmo valores relativamente aleatórios, sendo que parte das constantes a determinar têm que ser contidas numa gama mais ou menos restrita, caso contrário a própria simulação pode não funcionar devido, na maioria das vezes, a questões numéricas. Além disso, a utilização de valores muito "distantes" dos valores ótimos pode afetar bastante o tempo que a otimização precisa para ser realizada, sendo que muitas vezes um número de iterações limite é atingido, não sendo possível detetar o valor ótimo. Por estas razões o próprio processo de definição desses valores pode ter que ser em parte iterativo. Desta forma os valores apresentados no próximo capítulo para os valores iniciais e para os valores limite são especificamente aqueles que permitem com uma só otimização obter os valores ótimos enunciados, tendo os primeiros no entanto sido obtidos por via de tentativa e erro até que fossem tais que o processo de otimização se desenrolasse corretamente (sem atingir numero de iterações limite ou sem que ocorresse qualquer anomalia numérica).

Um valor que pode ser aproximado é aquele relativo ao volume da câmara, podendo-se facilmente medir os diâmetros interiores das tubagens e os seus comprimentos, assim como o volume efetivo existente durante a realização de cada ensaio. Estas medições deixam obviamente de fora os elementos de ligação das tubagens, os volumes no interior das válvulas utilizadas ou no transdutor de pressão e claro o volume morto no cilindro. É no entanto uma maneira simples de estimar a ordem de grandeza do volume, e pode até utilizar-se o valor medido como mínimo para a estimativa do volume e este, a mais de uma determinada percentagem de si mesmo, para valor inicial. Os diâmetros e os comprimentos das tubagens, assim como o curso efetivo disponível nas câmaras durante a transição entre os estados 2 e 3, foram no presente caso medidos com o recurso a um paquímetro e a uma régua. Estes valores medidos foram depois utilizados para o cálculo dos volumes. Os valores deste volume mínimo medido, tanto para a câmara principal como para a secundária, serão apresentados no próximo capítulo, quando forem identificadas as condições específicas dos ensaios realizados.

Uma vez que não é pretendido utilizar quaisquer restrições lineares, os campos para estas são simplesmente preenchidos com "[]". A função *fmincon* é portanto utilizada na forma:

$$[k_0, V_A, C_a, C_{ab}, C_l, m_{perdas}, fval] = fmincon(\varepsilon_1(k_0, V_A, C_a, C_{ab}, C_l, m_{perdas}), x0, [], [], [], [], lb, ub);$$

$x0$, lb e ub são vetores de dimensão 6 aos quais são atribuídos os respetivos valores. Esses valores são apresentados no próximo capítulo aquando a descrição das diferentes otimizações de variáveis realizadas.

A função objetivo no Matlab® tem que conter, para além da equação (69), uma série de instruções para que possa funcionar, nomeadamente o carregamento dos vetores de dados experimentais, a definição das variáveis no espaço de trabalho do Matlab® e a realização das simulações. O fluxograma representado na Fig. 36 pretende explicitar o processo de otimização.

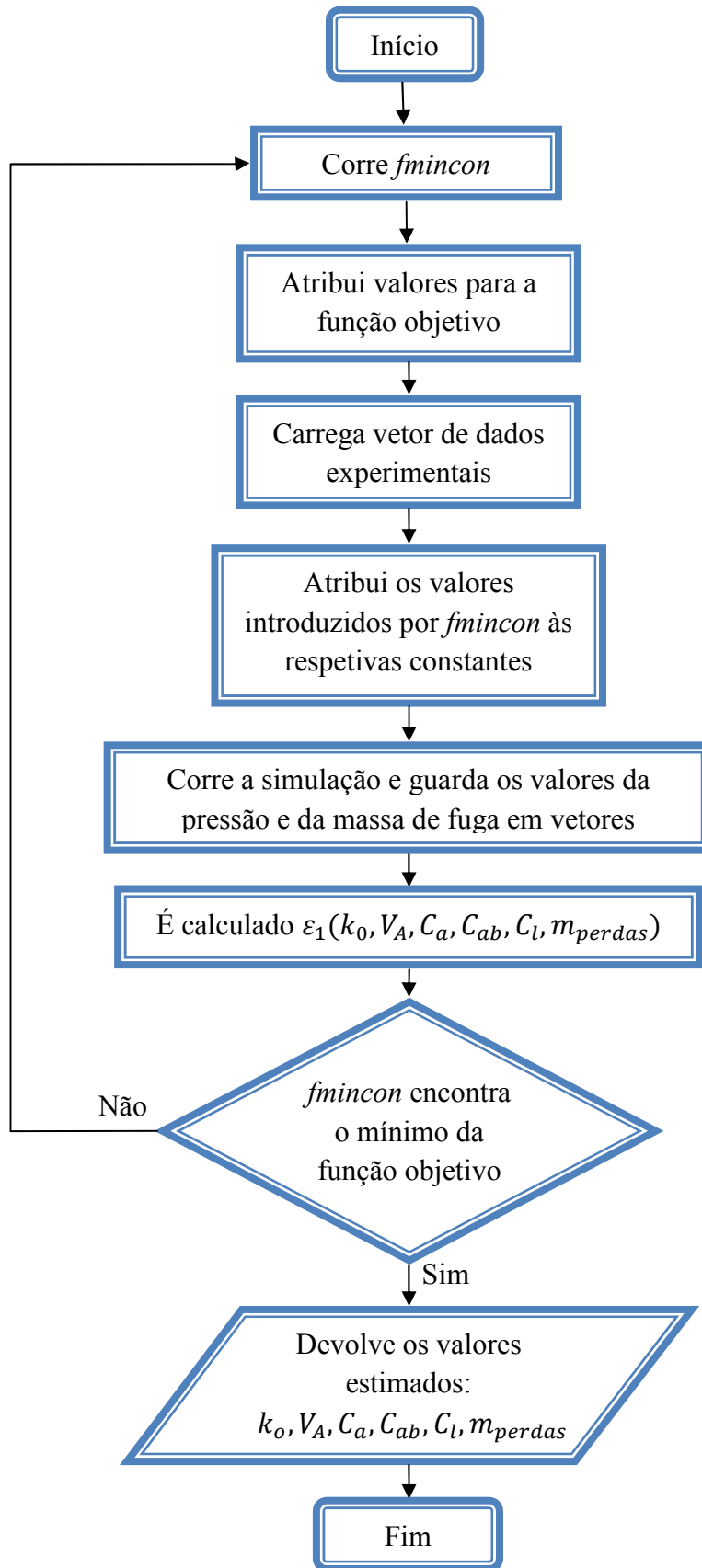


Fig. 36 - Processo de otimização

4.2 Análise da câmara secundária

Conhecidas as constantes que caracterizam a câmara principal do atuador, pode de seguida ser realizado um processo análogo de forma a caracterizar a câmara secundária. Embora a abordagem seja em tudo semelhante, existem diferenças importantes a ter em conta. Por um lado, o caudal de fuga, ao ocorrer agora por dois canais, acrescenta um novo conjunto de incógnitas a determinar. Por outro, o coeficiente de transferência de calor é o mesmo para as duas câmaras e, por isso, as condutâncias térmicas podem ser relacionadas por via da área de transferência de calor existente durante os ensaios.

A área de transferência de calor para a câmara principal do atuador, pode ser determinada por via do valor do volume e do diâmetro interno da câmara, sendo este último conhecido. O valor estimado dessa área será a soma da área lateral do cilindro (área A1) com duas vezes a área circular do pistão (área A2), que resulta do produto do perímetro interior deste pelo comprimento equivalente $Le_A = 4 \cdot V_A / (\pi \cdot D_{p1}^2)$ [1]:

$$A_{qA} = \frac{4 \cdot V_A}{D_{p1}} + \frac{\pi \cdot D_{p1}^2}{2} \quad (70)$$

A equação (70) resulta simplesmente da consideração que todo o volume contabilizado (V_A) está contido num cilindro de diâmetro D_{p1} , como é representado na Fig. 37. Isto é obviamente uma aproximação uma vez que essa consideração enunciada não se aplica aos volumes das tubagens ou aos volumes mortos.

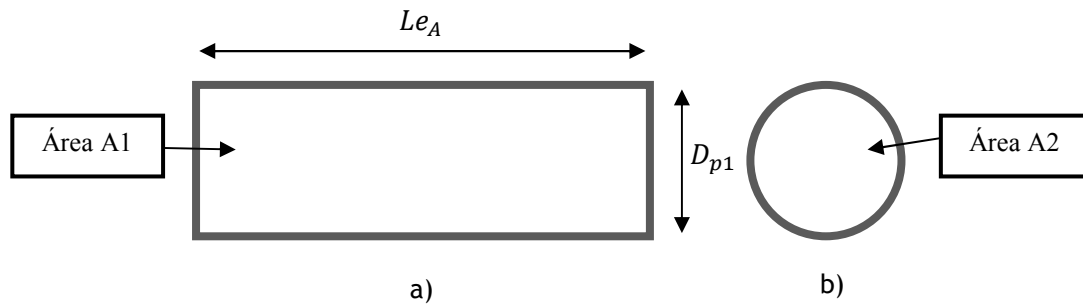


Fig. 37 - Representação esquemática da vista lateral (a)) e frontal (b)) da câmara simplificada de um cilindro

Quanto à área de transferência de calor da câmara secundária, o cálculo desta terá que ter em conta a existência da haste no seu interior e o efeito que isso implica no raciocínio subjacente à equação (70), ou seja, o cilindro considerado terá que ser como o que se encontra representado na Fig. 38.

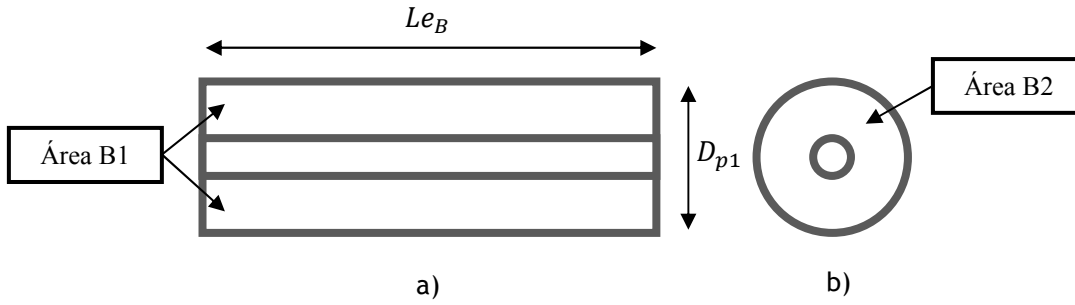


Fig. 38 - Representação esquemática da vista lateral (a) e frontal (b)) da câmara simplificada de um cilindro, com haste

Assim sendo esta área de transferência de calor, deve:

- Por um lado considerar que o comprimento equivalente a utilizar passa a ser $Le_B = 4 \cdot V_B / (\pi \cdot (D_{p1}^2 - D_{h1}^2))$.
- Por outro que a área lateral do cilindro (área B2) deve excluir a área lateral da haste.

Importa referir ainda que a área ao longo do comprimento da haste deverá neste caso ser desprezada, tanto porque a sua dimensão é bastante reduzida relativamente às restantes superfícies, como pelo facto de não ser fácil atribuir um valor para a temperatura dessa superfície.

Assim sendo, a área de transferência de calor para a câmara secundária será a soma do produto do perímetro interior do cilindro pelo comprimento Le_B (área B1) com a área lateral do cilindro a menos da área da haste (área B2). Aplicando o somatório destas três áreas, pode ser escrito então que:

$$A_{qB} = \frac{4 \cdot D_{p1} \cdot V_B}{(D_{p1}^2 - D_{h1}^2)} + \frac{\pi \cdot (D_{p1}^2 - D_{h1}^2)}{2} \quad (71)$$

Uma vez conhecido o valor da área de transferência de calor, o próprio coeficiente de transferência de calor pode ser determinado através da condutância térmica, pois:

$$\lambda_0 = \frac{k_0}{A_q} \quad (72)$$

Dado que o valor λ_0 é uma característica global do atuador, definem-se os valores de área e condutância térmica relativos à câmara principal como k_{0A} e A_{qA} e relativos à câmara secundária como k_{0B} e A_{qB} , resultando daí a igualdade:

$$\frac{k_{0A}}{A_{qA}} = \lambda_0 = \frac{k_{0B}}{A_{qB}} \quad (73)$$

Combinando as equações (70), (71) e (73), sendo V_A e V_B respetivamente os volumes das câmaras principal e secundária, é possível escrever que:

$$k_{0B} = \lambda_0 \cdot A_{qB} = \frac{A_{qB}}{A_{qA}} \cdot k_{0A} = \frac{\frac{4 \cdot D_{p1} \cdot V_B}{(D_{p1}^2 - D_{h1}^2)} + \frac{\pi \cdot (D_{p1}^2 - D_{h1}^2)}{2}}{\frac{4 \cdot V_A}{D_{p1}} + \frac{\pi \cdot D_{p1}^2}{2}} \cdot k_{0A} \quad (74)$$

Estas igualdades permitem assim, conhecendo as características determinadas pela análise da câmara principal, escrever k_{0B} em função do volume a ser estimado para a câmara secundária, reduzindo o número de variáveis a estimar.

A diferença entre as áreas de transferência de calor existentes durante a transição entre o estado 2 e o estado 3 em cada uma das câmaras, quando são realizados os respetivos ensaios, pode ser aproximadamente medida. Isto porque uma grande parte da diferença entre as áreas existentes nos dois casos se deve à diferença de volume efetivo, ou seja, o volume da câmara do cilindro ao longo do qual o êmbolo se pode mover. Por isso, uma vez que se podem medir os comprimentos efetivos ao longo do cilindro quando este está no estado 2, a diferença entre esses comprimentos a multiplicar pelo perímetro interno do cilindro permite obter um valor de área de transferência de calor que deverá ser aproximadamente igual à diferença entre os resultados das equações (70) e (71) aplicadas aos volumes estimados para cada câmara. A comparação desses valores permite suportar simultaneamente a veracidade dos volumes obtidos e as próprias equações (70) e (71).

Uma questão muito importante a ter em conta para a caracterização da câmara secundária passa por identificar até que ponto é que as constantes características do modelo do caudal de fuga entre câmaras (C_a , C_{ab} e C_l), que foram estimadas quando foi feita a análise da câmara principal, podem ou devem ser utilizadas na análise da câmara secundária. Isto é, embora seja indispensável que pelo menos parte dessas constantes seja conhecida previamente à análise da câmara secundária (pois o facto das duas fugas funcionarem em paralelo implica que a estimativa de todas as constantes teria uma infinidade de soluções) é necessário averiguar se os valores das três constantes são necessariamente iguais, seja qual for o sentido do escoamento (seja da câmara principal para a secundária ou vice versa). No entanto, pelo menos uma parte das características da fuga terá que ser aproveitada.

A constante C_a , apresentada atrás, é exclusivamente dependente da área da secção do canal por onde passa o caudal e, portanto, pode ser considerada igual para os dois casos. A constante C_{ab} é dependente também dos diâmetros do êmbolo e do cilindro, assim como da viscosidade do ar (considerada constante). Como todas estas grandezas têm um valor comum e independente do sentido do escoamento, também esta constante deve ser utilizada independentemente do sentido desse escoamento. A grande diferença está na constante que caracteriza a queda de pressão à entrada do canal de escoamento, uma vez que a forma do orifício de entrada não será necessariamente igual para ambos os sentidos de escoamento, nem é garantido que as condições em que este último se dá sejam totalmente iguais nos dois sentidos. Assim, será necessário definir uma nova constante C_{l2} , para o caso do escoamento de ar ser da câmara secundária para a principal.

Deste modo as constantes a estimar na análise da câmara secundária do atuador são:

- V_B - o volume da câmara.
- C_{l2} - a constante que caracteriza a queda de pressão à entrada do canal de fuga entre câmaras.
- C_{ah} , C_{abh} e C_{lh} - as constantes características do modelo do caudal de fuga pela haste.
- mh_{perdas} - a constante de ajuste da condição inicial da massa.

Relativamente à simulação implementada, esta terá que ter o caudal de fuga definido pela soma de dois modelos de fuga. Um modelo é relativo à fuga entre câmaras, que usa os valores das constantes C_a e C_{ab} determinados quando caracterizada a câmara principal e a constante C_{l2} , a ser determinada. O outro modelo é relativo à fuga na haste, caracterizada com as constantes C_{ah} , C_{abh} e C_{lh} . Adicionalmente a condutância térmica da câmara secundária terá que ser definida através da equação (74) e utilizando os valores da condutância térmica e do volume já obtidos quando feita a caracterização da câmara principal. Por último é necessário atender ainda que a variação de volume que ocorre entre os estados 1 e 2 será diferente, uma vez que, embora o curso do atuador seja o mesmo, a área do êmbolo na câmara secundária é menor do que na câmara principal, devido à presença da haste.

Quanto ao processo de otimização, este será em tudo igual ao que foi utilizado na câmara principal, com exceção das variáveis que são estimadas. A função de otimização utilizada para a caracterização da câmara secundária toma assim a forma de:

$$[V_B, C_{l2}, C_{ah}, C_{abh}, C_{lh}, mh_{perdas}, fval] =$$

$$fmincon(\varepsilon_2(V_B, C_{l2}, C_{ah}, C_{abh}, C_{lh}, mh_{perdas}), x0, [], [], [], [], lb, ub);$$

5 Resultados obtidos

Com a realização dos ensaios experimentais, a implementação das simulações e a programação das ferramentas de otimização é possível, finalmente, estimar as características desconhecidas das câmaras, principal e secundária. De forma a validar os resultados obtidos, foram realizados ensaios partindo do estado 1 (antes da compressão) a duas pressões diferentes, uma vez que assim é feito o ajuste a duas curvas de decaimento de pressão diferentes, mas em que os valores obtidos — com exceção das constantes de ajuste da condição inicial de massa m_{perdas} — têm que ser iguais. Cada um desses dois tipos de ensaio foi realizado duas vezes. Adicionalmente, a comparação das curvas de caudal obtidas com os valores medidos utilizando o caudalímetro permitem validar os resultados.

5.1 Características da câmara principal

São realizadas um total de oito otimizações diferentes para caracterizar a câmara principal. Duas otimizações para dois ensaios em que a pressão inicial na câmara é igual à pressão atmosférica (ensaios P_{atm1} e P_{atm2}), a que se dão os nomes de otimizações O_{atm1} e O_{atm2} (respetivamente). Outras duas otimizações para ensaios em que a pressão na câmara antes da compressão foi regulada para um valor superior ao da pressão atmosférica (ensaios P_{Matm1} e P_{Matm2}), a que são dados os nomes de O_{Matm1} e O_{Matm2} (respetivamente). E ainda quatro otimizações que têm em conta, simultaneamente, os dados experimentais resultantes de dois dos ensaios realizados em condições iniciais de pressão distintas. A combinação dos quatro ensaios realizados para fazer essas otimizações é feita da forma explicitada na Fig. 39, assim como a nomenclatura das quatro otimizações diferentes (O_{2sim11} , O_{2sim12} , O_{2sim21} e O_{2sim22}).

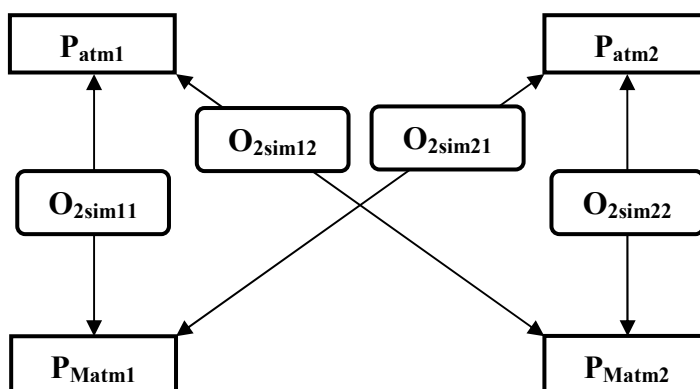


Fig. 39 - Esquema das diferentes combinações de ensaios para realizar as otimizações do tipo O_{2sim}

Entre as otimizações nas quais apenas é tido em conta um ensaio, a única diferença nos valores a estimar passa pelo valor da constante de correção m_{perdas} que deverá ser diferente quando as pressões iniciais são diferentes, e como tal, interessa distinguir como $m1_{perdas}$ a constante relativa às simulações em que a pressão antes da compressão é a atmosférica e $m2_{perdas}$ para o caso em que essa pressão é regulada para um dado valor superior. Sendo estas duas grandezas estimadas em simultâneo para as otimizações do tipo O_{2sim} . Qualquer outra diferença nos valores dos dados obtidos deve ser interpretada como dispersão estatística.

A Tabela 5 resume as condições de realização dos ensaios, contendo não só o valor da temperatura ambiente durante o ensaio e os valores de pressão nos estados 1 e 2, mas também a variação do volume que ocorre entre estes dois estados, o curso efetivo do atuador entre os estados 2 e 3 e a soma do volume efetivo calculado recorrendo a esse mesmo curso com os volumes medidos para as tubagens. De salientar apenas que os valores da temperatura ambiente medidos durante o vários ensaios oscilaram numa gama de ± 3 K em torno do valor utilizado, mas o facto de este tipo de variação ser muito pouco relevante para os cálculos efetuados levou a que se considerasse como valor para a temperatura ambiente 293.15 K.

Tabela 5 - Condições de realização dos vários ensaios

	Ensaio P_{atm1}	Ensaio P_{atm2}	Ensaio P_{Matm1}	Ensaio P_{Matm2}
Pressão inicial [Pa]	1.01×10^5	1.01×10^5	2.33×10^5	2.35×10^5
Pressão máxima [Pa]	3.53×10^5	3.53×10^5	7.40×10^5	7.35×10^5
Temperatura ambiente [K]	293.15	293.15	293.15	293.15
Variação de vol. na compressão [m^3]	6.79×10^{-5}	6.79×10^{-5}	6.79×10^{-5}	6.79×10^{-5}
Curso efetivo C_{eA} [m]	5.30×10^{-2}	5.30×10^{-2}	5.30×10^{-2}	5.30×10^{-2}
Vol. efetivo + vol. de tubagens [m^3]	$\approx 3.30 \times 10^{-5}$	$\approx 3.30 \times 10^{-5}$	$\approx 3.30 \times 10^{-5}$	$\approx 3.30 \times 10^{-5}$

Por sua vez a Tabela 6 apresenta os vetores utilizados em otimização para definir os valores iniciais e os limites superiores e inferiores das grandezas a estimar. Como foi apontado no capítulo anterior, muitos destes valores são obtidos iterativamente, partindo de valores típicos ou estimados de alguma forma mais ou menos aproximada e progressivamente alterando-os até que seja encontrado um mínimo para a função objetivo. Os valores aqui apresentados são no entanto aqueles que efetivamente permitiram atingir o mínimo da função.

Tabela 6 - Valores iniciais e limites das grandezas a estimar para a câmara principal

	Valores iniciais	Limites inferiores	Limites superiores
$k_{0A}[\text{W/K}]$	0.10	0.05	0.15
$V_A[\text{m}^3]$	4.00×10^{-5}	3.30×10^{-5}	4.50×10^{-5}
$C_a[\text{m}^{-4}]$	0.50	0.10	10
$C_{ab}[\text{m}^{-3} \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}]$	6.00	5.00	7.00
$C_l[\text{J}^{-1}\text{kg}]$	0.50×10^{-5}	0.20×10^{-5}	0.90×10^{-5}
$m1_{perdas}[\text{kg}]$	0	-1.00×10^{-5}	1.00×10^{-5}
$m2_{perdas}[\text{kg}]$	0	-1.00×10^{-4}	1.00×10^{-4}

Realizando as otimizações de variáveis O_{atm1} , O_{atm2} , O_{Matm1} e O_{Matm2} foram obtidos os resultados apresentados na Tabela 7. Na Tabela 8, por sua vez, são apresentados os valores estimados com as otimizações O_{2sim11} , O_{2sim12} , O_{2sim21} e O_{2sim22} . A separação destas duas tabelas deve-se por um lado a uma questão de facilidade de leitura e por outro à necessidade de distinguir os dois conjuntos de valores, devido às diferenças entre as respetivas otimizações. Numa primeira análise, pode observar-se que os valores estimados, para a condutância térmica, para o volume da câmara, e para as três constantes características do modelo de caudal são razoavelmente consistentes. Por sua vez, os valores da massa perdida durante a compressão (e especialmente $m1_{perdas}$), apresentam, para as várias otimizações em que são determinados, uma dispersão considerável.

Tabela 7 - Resultados estimados para a análise da câmara principal recorrendo a um ensaio por otimização

	O_{atm1}	O_{atm2}	O_{Matm1}	O_{Matm2}
$k_{0A}[\text{W/K}]$	0.11	0.11	0.10	0.10
$V_A[\text{m}^3]$	3.56×10^{-5}	3.71×10^{-5}	3.71×10^{-5}	3.59×10^{-5}
$C_a[\text{m}^{-4}]$	0.43	0.31	0.37	0.46
$C_{ab}[\text{m}^{-3} \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}]$	6.57	5.99	5.90	5.71
$C_l[\text{J}^{-1}\text{kg}]$	0.67×10^{-5}	0.74×10^{-5}	0.76×10^{-5}	0.75×10^{-5}
$m1_{perdas}[\text{kg}]$	5.21×10^{-6}	2.60×10^{-6}	-	-
$m2_{perdas}[\text{kg}]$	-	-	4.74×10^{-5}	6.27×10^{-5}

Tabela 8 - Resultados estimados para a análise da câmara principal recorrendo a dois ensaios por otimização

	O _{2sim11}	O _{2sim12}	O _{2sim21}	O _{2sim22}
k_{0A} [W/K]	0.10	0.10	0.10	0.11
V_A [m ³]	3.88×10^{-5}	3.65×10^{-5}	3.83×10^{-5}	3.72×10^{-5}
C_a [m ⁻⁴]	0.46	0.34	0.45	0.46
C_{ab} [m ⁻³ · Pa · s]	5.85	5.73	5.80	5.62
C_l [J ⁻¹ kg]	0.74×10^{-5}	0.74×10^{-5}	0.74×10^{-5}	0.76×10^{-5}
$m1_{perdas}$ [kg]	4.24×10^{-6}	2.41×10^{-6}	5.14×10^{-6}	4.91×10^{-6}
$m2_{perdas}$ [kg]	4.24×10^{-5}	6.18×10^{-5}	4.34×10^{-5}	6.101×10^{-5}

Para uma melhor análise dos valores estimados nas diferentes otimizações, estão apresentados na Tabela 9 os valores médios dos resultados obtidos, os seus desvios padrão e o valor percentual destes em relação aos primeiros. Observando os valores expostos é notório que os desvio padrão para os valores da condutância térmica e para o volume da câmara são bastante reduzidos. Quanto aos valores das constantes C_{ab} e C_l , estes apresentam também valores razoavelmente baixos para o desvio padrão. Por sua vez nos valores da constante C_a já se verifica uma variação mais acentuada, no entanto, e como será possível de observar mais adiante este valor apresenta, relativamente às outras constantes (C_{ab} e C_l), pouca influência no que respeita ao valor do caudal mássico. Quanto aos valores das quantidades de massa perdidas na compressão, estes apresentam um comportamento claramente disperso, especialmente para o caso $m1_{perdas}$. Esta dispersão, e consequente incerteza sobre os valores das grandezas, é no entanto pouco relevante visto que não se pretender utilizar estes valores para nenhum fim, sendo cada um deles apenas inerente ao respetivo ensaio e verificando-se que mesmo com a sua dispersão, os valores que realmente são relevantes apresentam uma consistência razoável.

Tabela 9 - Valores médios e desvios padrão para os valores estimados na análise de câmara principal

	Valor Médio	Desvio padrão	$\frac{\text{Desvio pad.}}{\text{Valor Médio}} \cdot 100$
k_{0A} [W/K]	0.10	3.98×10^{-3}	3.86
V_A [m ³]	3.71×10^{-5}	1.10×10^{-6}	2.97
C_a [m ⁻⁴]	0.41	6.28×10^{-2}	15.26
C_{ab} [m ⁻³ · Pa · s]	5.90	0.30	5.03
C_l [J ⁻¹ kg]	7.37×10^{-6}	2.97×10^{-7}	4.03
$m1_{perdas}$ [kg]	4.08×10^{-6}	1.27×10^{-6}	31.12
$m2_{perdas}$ [kg]	5.31×10^{-5}	9.72×10^{-6}	18.31

As curvas de queda de pressão obtidas em simulação com os valores estimados, quando comparadas com as curvas experimentais, demonstram que a otimização foi bem sucedida, conseguindo aproximar de forma bastante boa os dados experimentais, em qualquer um dos oito ajustes realizados, como pode ser visto nas Fig. 40, Fig. 41, Fig. 42 e Fig. 43. Cada uma destas figuras apresenta os dados experimentais relativos a um ensaio, e as curvas simuladas com os parâmetros que foram otimizados para esse ensaio. Repare-se que mesmo quando é feito o ajuste às duas curvas experimentais em simultâneo, onde seria de esperar alguma divergência, os resultados obtidos são bastante bons. Além disso os valores simulados da massa que sai da câmara do atuador durante a transição entre o estado 2 e o Estado 3 são também bastante próximos dos seus valores teóricos. Pode ser visto na Tabela 10 que a diferença entre eles, na larga maioria dos casos, apresenta valores abaixo dos 0.1% do valor teórico.

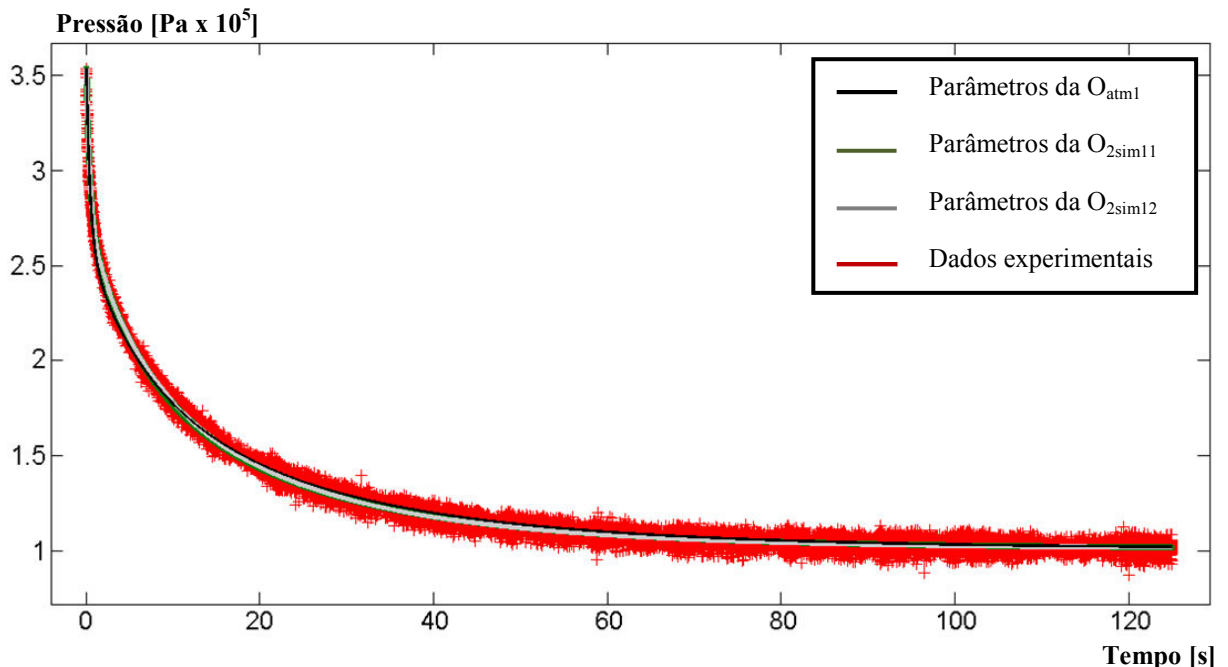


Fig. 40 - Comparação entre o decaimento de pressão experimental ao longo do tempo para o Ensaio P_{atm1} e as curvas simuladas.

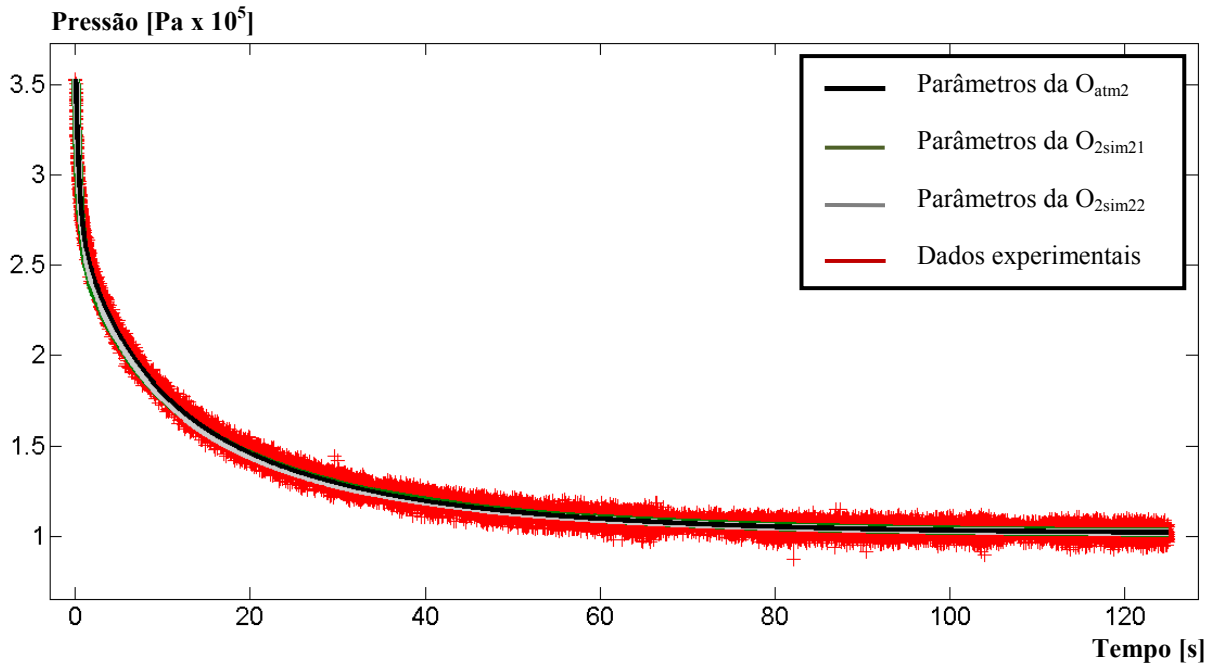


Fig. 41 - Comparação entre o decaimento de pressão experimental ao longo do tempo para o Ensaio P_{atm2} e as curvas simuladas.

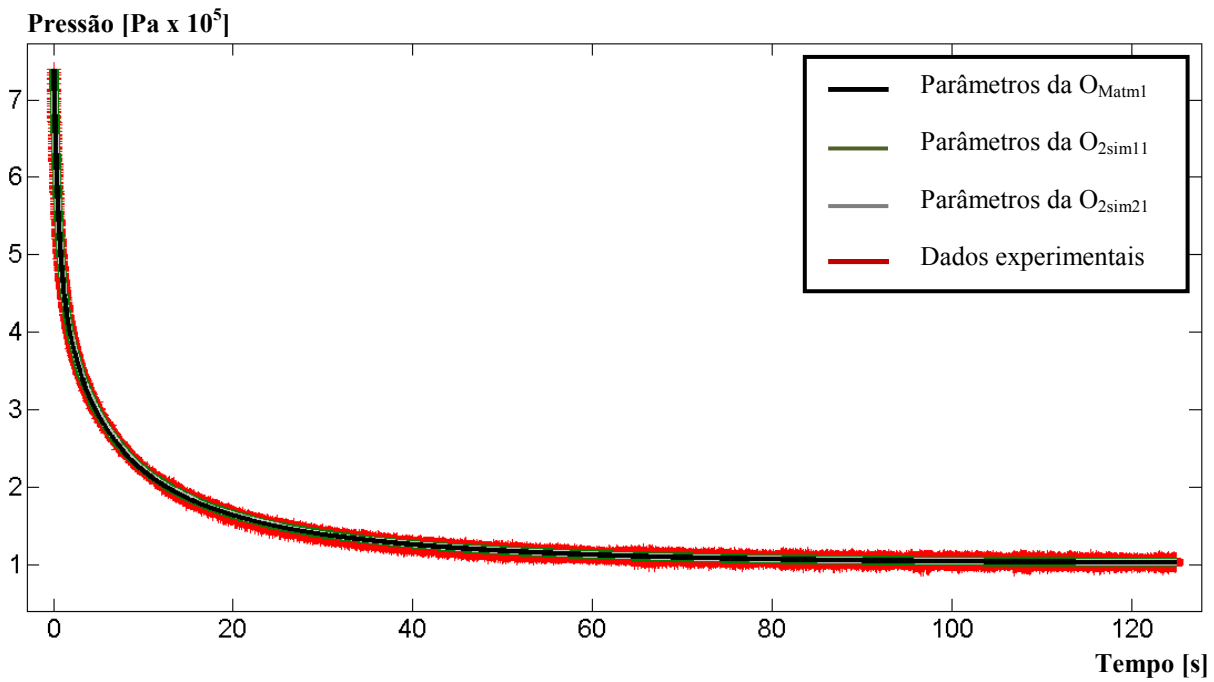


Fig. 42 - Comparação entre o decaimento de pressão experimental ao longo do tempo para o Ensaio P_{Matm1} e as curvas simuladas.

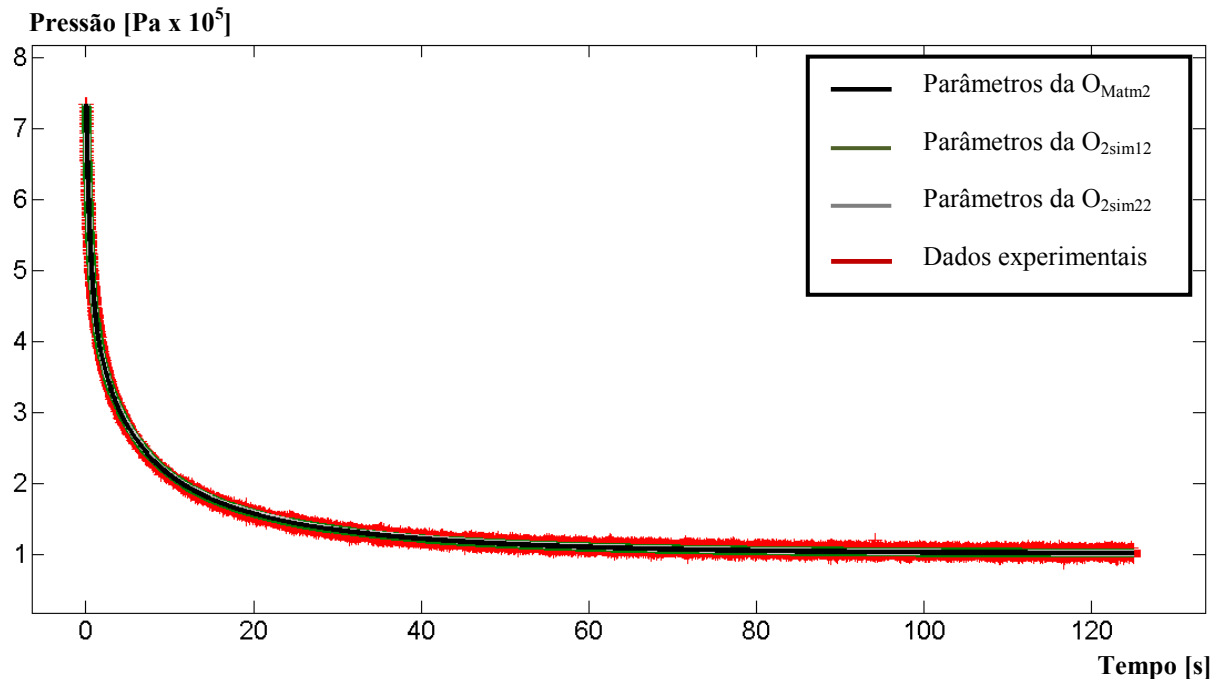


Fig. 43 - Comparação entre o decaimento de pressão experimental ao longo do tempo para o Ensaio P_{Matm2} e as curvas simuladas.

Tabela 10 - Comparação entre as massas totais, perdidas pela câmara principal

Otimização	Ensaio	m_{f-t} [kg]	m_{f-s} [kg]	$erro_{fuga}$ [kg]	$100 \cdot \frac{erro_{fuga}}{m_{f-t}}$
O_{atm1}	P_{atm1}	7.6192×10^{-5}	7.6279×10^{-5}	8.62×10^{-8}	0.11
O_{atm2}	P_{atm2}	7.8785×10^{-5}	7.8693×10^{-5}	9.23×10^{-8}	0.12
O_{Matm1}	P_{Matm1}	1.9831×10^{-4}	1.9819×10^{-4}	1.15×10^{-7}	0.06
O_{Matm2}	P_{Matm2}	1.8340×10^{-4}	1.8330×10^{-4}	1.08×10^{-7}	0.06
O_{2sim11}	P_{atm1}	7.7136×10^{-5}	7.7077×10^{-5}	5.83×10^{-8}	0.08
	P_{Matm1}	2.0588×10^{-4}	2.0576×10^{-4}	1.2×10^{-7}	0.06
O_{2sim12}	P_{atm1}	7.8982×10^{-5}	7.9038×10^{-5}	5.56×10^{-8}	0.07
	P_{Matm2}	1.8608×10^{-4}	1.8597×10^{-4}	1.10×10^{-7}	0.06
O_{2sim21}	P_{atm2}	7.6240×10^{-5}	7.6208×10^{-5}	3.16×10^{-8}	0.04
	P_{Matm1}	2.0418×10^{-4}	2.0406×10^{-4}	1.18×10^{-7}	0.06
O_{2sim22}	P_{atm2}	7.6479×10^{-5}	7.6496×10^{-5}	1.70×10^{-8}	0.02
	P_{Matm2}	1.8714×10^{-4}	1.8703×10^{-4}	1.13×10^{-7}	0.06

Conhecidos os valores das grandezas características da câmara principal do atuador, estes devem de seguida ser processados. Em primeiro lugar, o coeficiente e a área de transferência de calor devem ser separados, uma vez que estão implícitos na condutância térmica k_0 . Esta separação é feita partindo da obtenção do valor da área de transferência de calor por recurso à equação (70) apresentada anteriormente. Utilizando o valor obtido através dessa equação, o

Resultados obtidos

coeficiente de transferência de calor pode ser obtido através da igualdade (72). Aplicando essas equações são obtidos para cada um dos casos de otimização os resultados apresentados na Tabela 11. A título de referência, apresentam-se ainda na Tabela 12 o valor médio, o desvio padrão e a percentagem que este último representa do primeiro. Nesta tabela pode observar-se que o valor do desvio padrão das duas grandezas é razoavelmente baixo, como seria aliás de esperar, uma vez que as duas grandezas em análise são exclusivamente dependentes dos valores estimados para a condutância térmica e para o volume, tendo essas também um desvio padrão reduzido. Relembre-se que estes valores do coeficiente de transferência de calor são relativos às condições de pressão e temperatura P_0 e T_0 , implementadas nas simulações com os valores, respetivamente, de 101325 Pa e 293.15 K.

Tabela 11 - Valores da área e do coeficiente de transferência de calor obtidos na análise da câmara principal

Otimização	$A_{qA}[\text{m}^2]$	$\lambda_0[\text{WK}^{-1}\text{m}^{-2}]$
O _{atm1}	6.84×10^{-3}	15.45
O _{atm2}	7.09×10^{-3}	15.15
O _{Matm1}	7.09×10^{-3}	13.73
O _{Matm2}	6.89×10^{-3}	14.00
O _{2sim11}	7.37×10^{-3}	14.06
O _{2sim12}	7.11×10^{-3}	14.83
O _{2sim21}	6.99×10^{-3}	15.00
O _{2sim22}	7.30×10^{-3}	14.27

Tabela 12 - Valor médio e desvio padrão para a área e para o coeficiente de transferência de calor

	Valor Médio	Desvio Padrão	$\frac{\text{Desvio Padrão}}{\text{Valor Médio}} \cdot 100$
$A_{qA}[\text{m}^2]$	7.08×10^{-3}	1.83×10^{-4}	2.59
$\lambda_0[\text{WK}^{-1}\text{m}^{-2}]$	14.56	0.63	4.31

A análise dos valores estimados através das várias otimizações, permite verificar que o processo utilizado produz resultados que se mantêm bastante consistentes, mesmo quando se alteram as condições iniciais dos ensaios experimentais. Para os valores da condutância térmica e do volume da câmara, e conseqüentemente para a área e para o coeficiente de transferência de calor, os valores dos desvios padrão são relativamente reduzidos, não sendo para qualquer uma das quatro grandezas superiores a 5% do valor médio destes. Quanto ao

valor das constantes que caracterizam o modelo de caudal: para C_{ab} e C_l , observa-se uma dispersão de valores, também ela, bastante reduzida, sendo que para a constante C_a é notória uma menor consistência. No entanto, é importante notar que estas constantes não devem ser analisadas individualmente, mas sim pelo seu efeito no comportamento do modelo de caudal, o que será abordado na secção 5.3. Por ultimo, há que notar a marcada inconsistência entre os valores da massa perdida na compressão. A determinação destas grandezas é, no entanto, apenas relevante para os respetivos processos de otimização, não sendo necessário conhecer este valor para qualquer aplicação do modelo dinâmico que se pretende obter, o que permite desvalorizar a incerteza observada.

Existe por fim a necessidade de seleccionar o valor específico a utilizar para as várias grandezas. Embora o mais usual fosse utilizar o valor médio de entre todas as otimizações, optou-se apenas por utilizar os valores médios que resultam das otimizações que têm em conta dois ensaios em simultâneo. Isto é feito porque os valores resultantes dessas otimizações foram estimados tendo em conta um maior número de condições (visto terem que ajustar, não uma, mas duas curvas de pressão e não um, mas dois valores de massa total de fugas), e como tal, não apresentam uma dispersão tão significativa como os restantes casos. Apresentam-se na Tabela 13, as médias dos valores estimados para as várias grandezas características do modelo dinâmico da câmara, recorrendo às otimizações O_{2sim11} , O_{2sim12} , O_{2sim21} e O_{2sim22} .

Tabela 13 - Valores estimados com a análise da câmara principal

	Valor Médio
$k_{0A}[\text{W/K}]$	0.10
$V_A[\text{m}^3]$	3.77×10^{-5}
$C_a[\text{m}^{-4}]$	0.43
$C_{ab}[\text{m}^{-3} \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}]$	5.75
$C_l[\text{J}^{-1}\text{kg}]$	7.45×10^{-6}
$A_{qA}[\text{m}^2]$	7.19×10^{-3}
$\lambda_0[\text{WK}^{-1}\text{m}^{-2}]$	14.54

5.2 Características da câmara secundária

Com os valores determinados na caracterização da câmara principal é possível proceder por sua vez à caracterização da câmara secundária do atuador. Como foi referido, são considerados os valores médios dos resultados das otimizações do tipo O_{2sim} . Desses valores já apresentados na Tabela 13, são apenas necessários os valores de λ_0 , C_a , e C_{ab} .

Para a análise desta câmara foram unicamente utilizados dois ensaios nos quais a pressão inicial na câmara parte da pressão atmosférica (ensaios P_{Hatm1} e P_{Hatm2}). A exclusão de ensaios partindo de uma pressão maior teve que ser feita por duas razões essenciais. Em primeiro lugar, uma vez que entre os dois canais de escoamento existe uma grande diferença na amplitude dos caudais de fuga, como foi identificado quando foram abordadas as medições de caudal, o erro existente na equação de caudal caracterizada na análise à câmara principal, provoca por sua vez um erro muito significativo para a caracterização da equação de caudal relativa à fuga na haste. Por outro lado verificou-se, com a realização de vários ensaios nos quais a pressão inicial era maior do que a atmosférica (aproximadamente 2.3 bar), que existe uma grande ambiguidade nas curvas de decaimento de pressão obtidas, como pode ser observado na Fig. 44, onde são apresentadas duas curvas de decaimento de pressão na câmara secundária obtidas para virtualmente as mesmas condições. Este fenómeno deve-se certamente ao desalinhamento da haste e eventualmente ao efeito que isso tem no próprio êmbolo. Salienta-se ainda que em nenhum dos restantes ensaios se verificou uma dispersão que fosse, de algum modo, tão significativa, tendo as várias curvas obtidas para as mesmas condições um aspeto muito semelhante entre elas. Isto é demonstrado pela Fig. 45, que compara as curvas dos ensaios P_{Hatm1} e P_{Hatm2} , as mais díspares dos ensaios considerados.

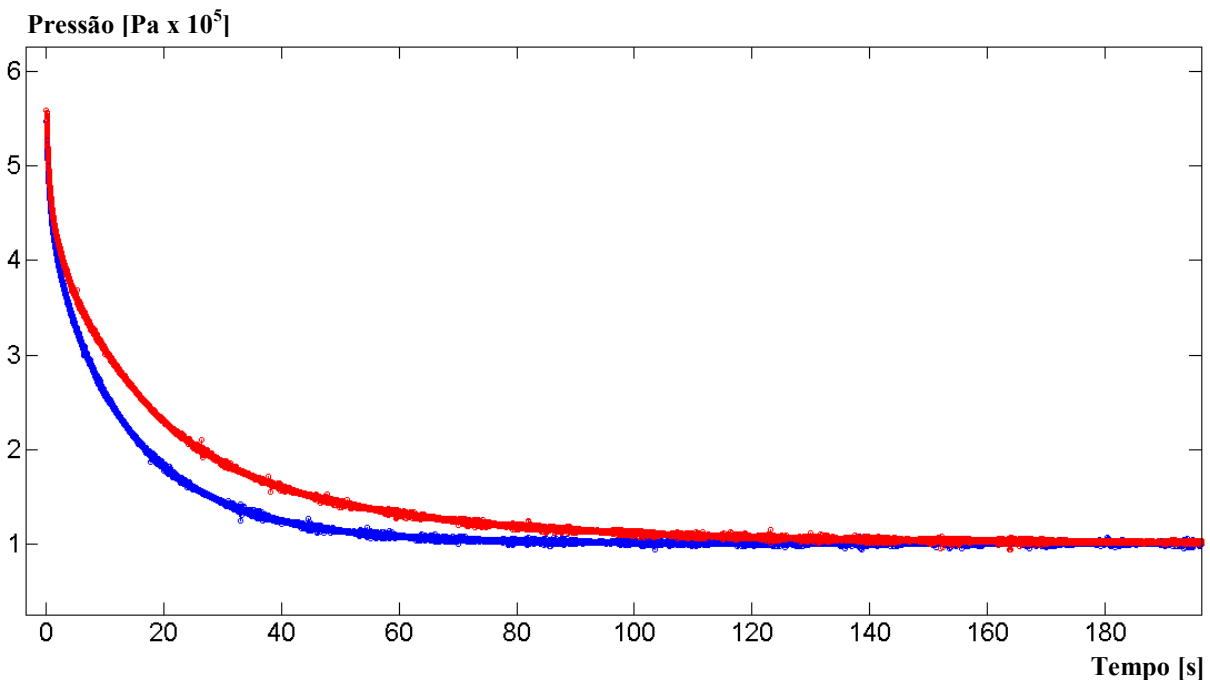


Fig. 44 - Comparação entre duas curvas de decaimento de pressão na câmara secundária, obtidas com uma pressão no estado 1 de 2.3 bar

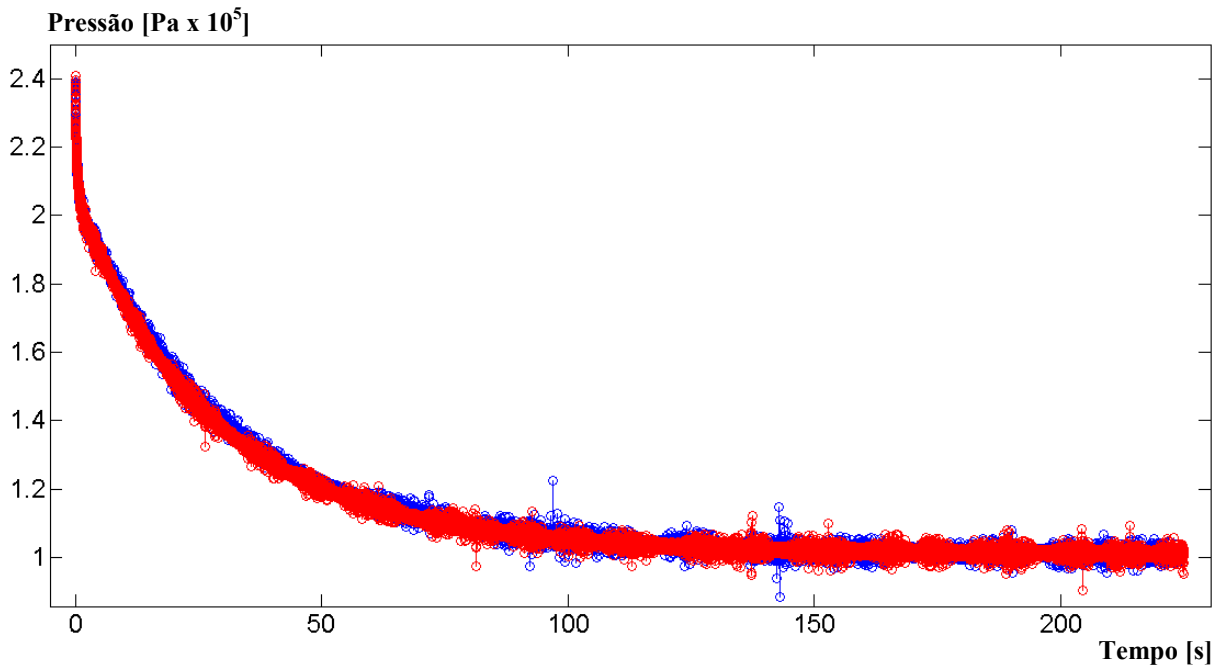


Fig. 45 - Comparação entre duas curvas de decaimento de pressão na câmara secundária, obtidas para uma pressão no estado 1 igual à atmosférica

As condições de realização dos ensaios estão identificadas na Tabela 14, e os valores utilizados em otimização para definir os valores iniciais e os limites superiores e inferiores estão identificados na Tabela 15.

Tabela 14 - Condições de realização dos ensaios P_{Hatm}

	Ensaio P_{Hatm1}	Ensaio P_{Hatm2}
Pressão inicial [Pa]	1.01×10^5	1.01×10^5
Pressão máxima [Pa]	2.41×10^5	2.38×10^5
Temperatura ambiente [K]	293.15	293.15
Variação de vol. na compressão [m ³]	6.31×10^{-5}	6.31×10^{-5}
Curso efetivo C_{eB} [m]	9.70×10^{-2}	9.70×10^{-2}
Vol. efetivo + vol. de tubagens [m ³]	$\approx 5.00 \times 10^{-5}$	$\approx 5.00 \times 10^{-5}$

Tabela 15 - Valores iniciais e limites das grandezas a estimar para a câmara secundária

	Valores iniciais	Limites inferiores	Limites superiores
$V_B[\text{m}^3]$	5.20×10^{-5}	5.00×10^{-5}	6.50×10^{-5}
$C_{ah}[\text{m}^{-4}]$	5	1	10
$C_{abh}[\text{m}^{-3} \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}]$	50	30	80
$C_{lh}[\text{J}^{-1}\text{kg}]$	0.5×10^{-5}	0.1×10^{-5}	1×10^{-5}
$C_{l2}[\text{J}^{-1}\text{kg}]$	0.5×10^{-5}	0.1×10^{-5}	1×10^{-5}
$mh_{perdas}[\text{kg}]$	0	-1×10^{-5}	1×10^{-5}

Os resultados estimados para as grandezas desconhecidas da câmara secundária, assim como os seus valores médios, estão apresentados na Tabela 16, enquanto que as Fig. 46 e Fig. 47 apresentam a comparação entre as quedas de pressão experimentais e as obtidas por simulação utilizando esses valores estimados. Note-se que se depreende por estas figuras que o ajuste das curvas não é tão bem sucedido como nos casos analisados para a câmara principal. Isso deve-se à existência de um erro inerente na caracterização da fuga entre câmaras que vem já condicionado da análise feita à câmara principal. Isto é, o modelo de caudal utilizado não representa exatamente o caudal mássico real, existindo um erro reduzido. Adicionalmente, e como pôde ser observado quando foram medidos diretamente os caudais de fugas (no terceiro capítulo), o caudal mássico que passa pela fuga entre câmaras é significativamente maior do que aquele que passa na fuga da haste. Consequentemente, o erro que existe na caracterização das constantes C_a e C_{ab} , ainda que muito reduzido, irá ter um grande efeito no modelo de fugas pela haste, visto que a ordem de grandeza dos caudais que passam por este é baixa o suficiente para ser bastante afetado pelo erro da fuga entre câmaras. Comparando os valores obtidos nas duas otimizações distintas (O_{Hatm1} e O_{Hatm2}) é possível, em primeiro lugar, observar que os valores obtidos para o volume são bastante semelhantes. Quando às várias constantes que caracterizam o modelo de fugas pela haste, é possível observar que embora o valor de C_{abh} seja bastante consistente, tanto C_{ah} como C_{lh} são razoavelmente diferentes. A constante C_{l2} por seu turno, apresenta uma diferença que pode ainda assim ser considerada razoável. No que diz respeito à constante relativa ao ajuste da massa inicial (mh_{perdas}), esta apresenta dois valores bastante diferentes, no entanto, e como já foi referido, não existindo necessidade de utilizar este valor, essa incerteza pode ser desvalorizada. Apresenta-se ainda a Tabela 17, onde está presente a comparação das massas, teórica e simulada, existentes na câmara no final dos ensaios. Observando nesta tabela a diferença entre o caso teórico e o simulado em valor percentual do primeiro, é possível concluir que também neste caso se conseguiu um ajuste bastante razoável.

Tabela 16 - Resultados estimados na análise da câmara secundária

	O_{Hatm1}	O_{Hatm2}	Valor médio
$V_B[\text{m}^3]$	5.56×10^{-5}	5.58×10^{-5}	5.57×10^{-5}
$C_{ah}[\text{m}^4]$	2.20	6.89	4.55
$C_{abh}[\text{m}^{-3} \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}]$	50.92	53.93	52.43
$C_{lh}[\text{J}^{-1}\text{kg}]$	0.32×10^{-5}	0.53×10^{-5}	0.43×10^{-5}
$C_{l2}[\text{J}^{-1}\text{kg}]$	0.91×10^{-5}	0.84×10^{-5}	0.88×10^{-5}
$mh_{\text{perdas}}[\text{kg}]$	1.51×10^{-8}	1.50×10^{-6}	7.58×10^{-7}

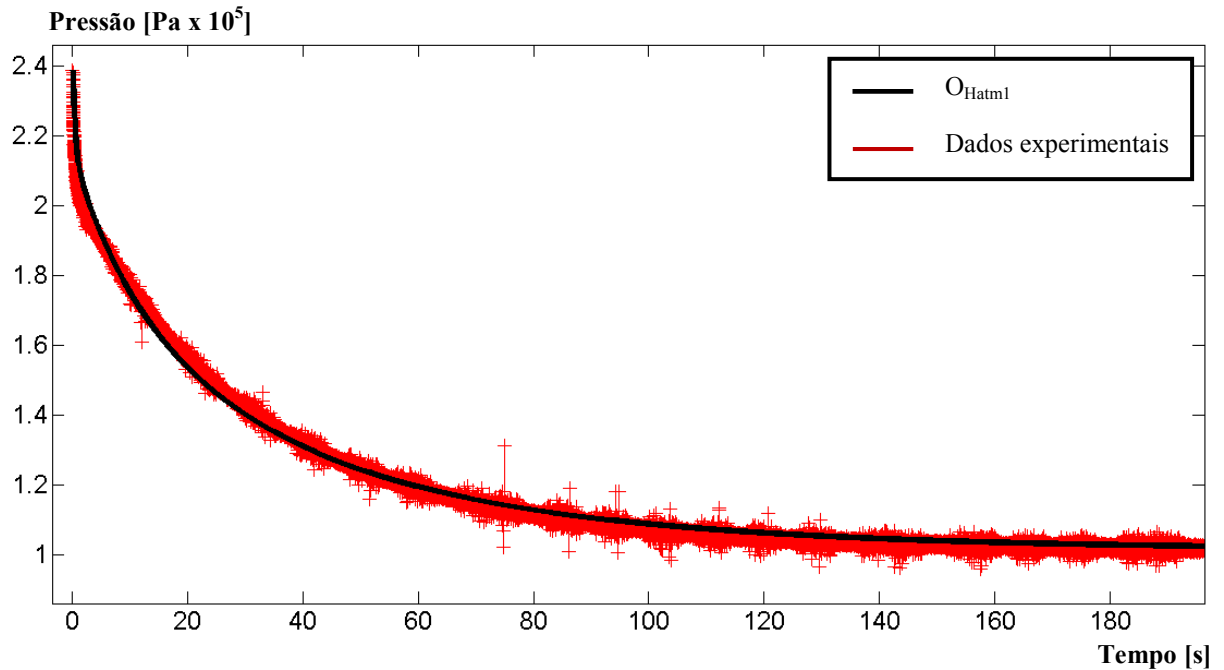


Fig. 46 - Comparação entre o decaimento de pressão ao longo do tempo para o Ensaio P_{Hatm1} , e a curva simulada

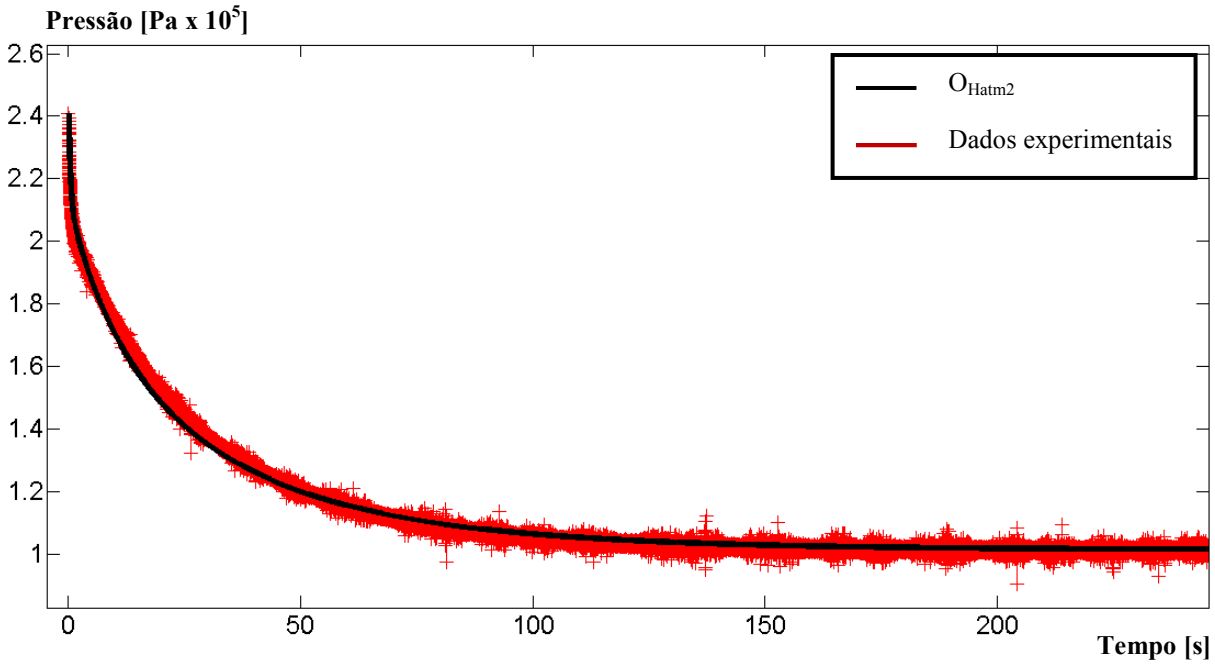


Fig. 47 - Comparação entre o decaimento de pressão ao longo do tempo para o Ensaio P_{Hatm2}, e a curva simulada

Tabela 17 - Comparação entre as massas totais, perdidas pela câmara secundária

Otimização	m_{f-t} [kg]	m_{f-s} [kg]	$erro_{fuga}$ [kg]	$100 \cdot \frac{erro_{fuga}}{m_{f-t}}$
O _{Hatm1}	7.6000×10^{-5}	7.5784×10^{-5}	2.16×10^{-7}	0.28
O _{Hatm2}	7.4498×10^{-5}	7.4413×10^{-5}	8.53×10^{-8}	0.11

Mais uma vez, quando determinado o volume da câmara secundária, pode-se determinar a área de transferência de calor existente durante a análise dessa mesma câmara. A Tabela 18, contém os valores obtidos para as áreas de transferência de calor durante as análises de ambas as câmaras, assim como a comparação entre a sua diferença e uma diferença medida, que permite concluir que foi feita uma aproximação razoável para calcular o valor das áreas de transferência de calor a partir do volume. Refira-se no entanto que este último valor é uma mera aproximação, resultante da medição dos cursos efetivos existentes durante as análises de cada câmara, multiplicando a diferença entre eles pelo perímetro interior do cilindro e subtraindo o valor da área lateral que se perde devido à presença da haste. Ou seja, a diferença aproximada da área de transferência de calor durante a transição entre o estado 2 e o estado 3, entre a câmara principal e a câmara secundária, durante os ensaios realizados, é calculada por:

$$\Delta A_{q(B-A)} = (C_{eB} - C_{eA}) \cdot \pi \cdot D_{p1} - \frac{\pi \cdot D_{h1}^2}{2} \quad (75)$$

Tabela 18 - Comparação entre as áreas de transferência de calor calculadas

$A_{qB}[\text{m}^2]$	1.08×10^{-2}
$A_{qA}[\text{m}^2]$	7.19×10^{-3}
$A_{qB}-A_{qA}[\text{m}^2]$	3.60×10^{-3}
$\Delta A_{q(B-A)}[\text{m}^2]$	3.30×10^{-3}

5.3 Análise das curvas de caudal obtidas

Relativamente aos valores estimados para as constantes características das equações de caudal, não interessa propriamente analisar os valores individualmente, mas sim o comportamento que a própria equação de caudal apresenta, para diferentes valores de pressão. Assim sendo, as Fig. 48, Fig. 49, Fig. 50 e Fig. 51 apresentam os vários pontos de caudal medidos (já apresentados no terceiro capítulo) e comparam-nos com os valores resultantes da equação de caudal quando a esta são aplicadas as mesmas condições de pressão (a montante e a jusante) e de temperatura. Por motivos de mera conveniência, estes gráficos são apresentados em slpm uma vez que se trata de uma unidade mais intuitiva do que kg/s, em função da diferença dos quadrados das pressões em cada câmara.

Os caudais obtidos com o modelo de caudal proposto (combinando as equações (56) e (57)) utilizando os parâmetros determinados com as diversas otimizações, são identificados nas Fig. 48, Fig. 49, Fig. 50 e Fig. 51 pela nomenclatura dessas respetivas otimizações.

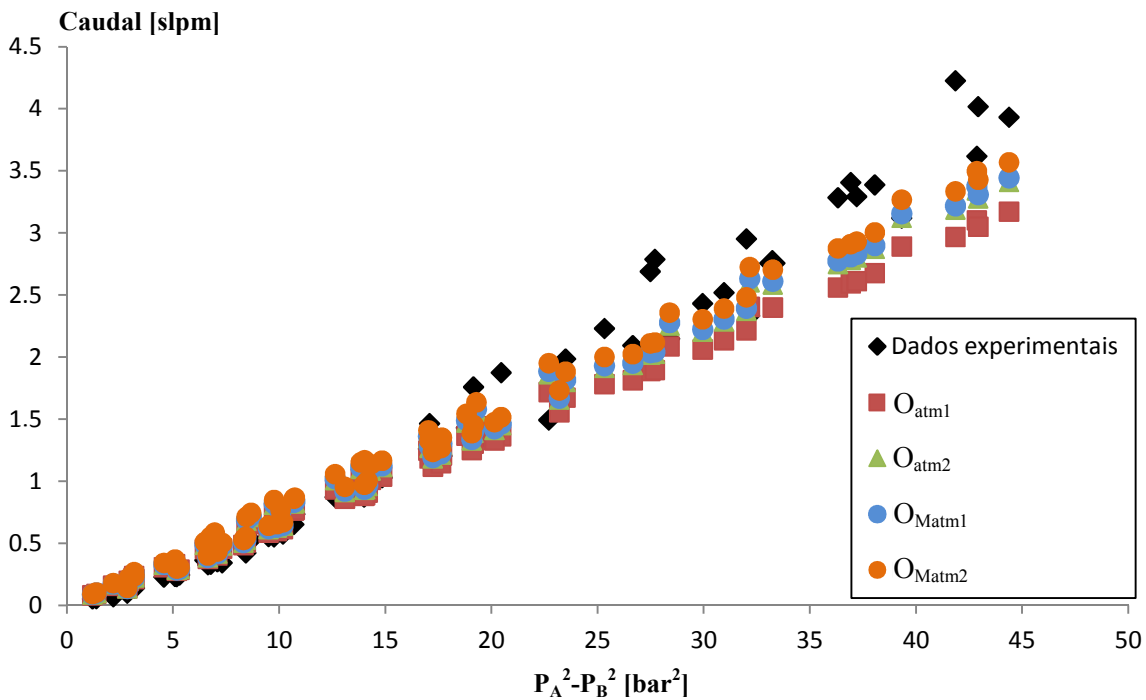


Fig. 48 - Comparação das equações de caudal obtidas através das otimizações O_{atm1} , O_{atm2} , O_{Matm1} e O_{Matm2} com as medições experimentais, para a fuga entre câmaras

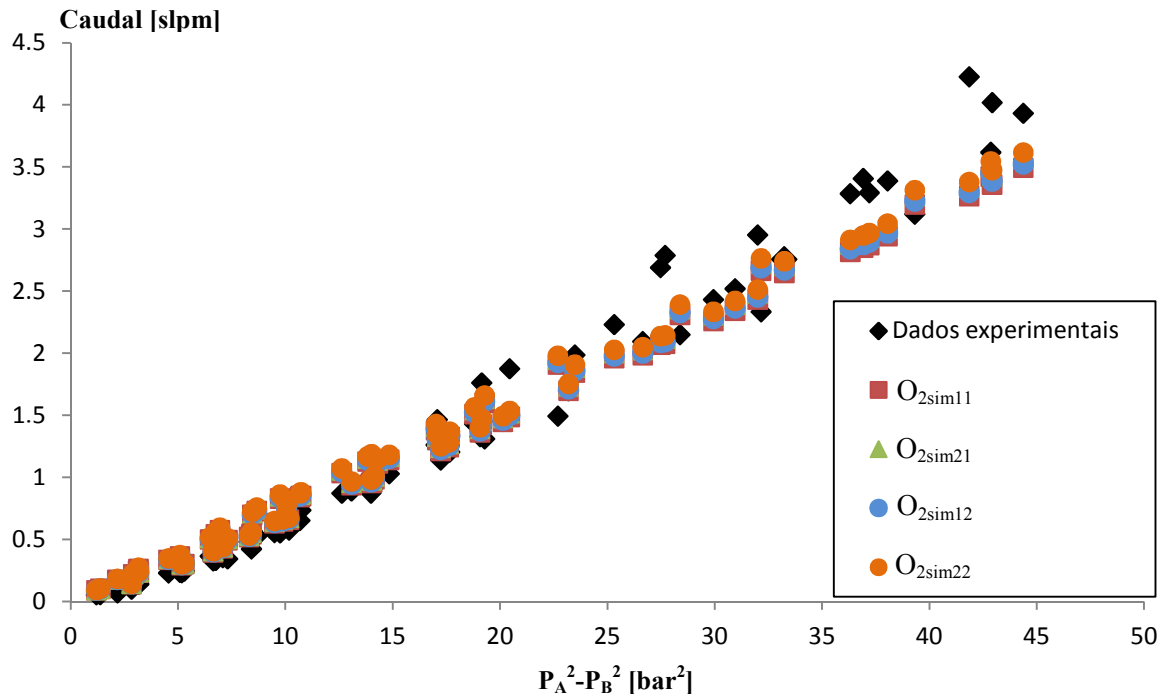


Fig. 49 - Comparação das equações de caudal obtidas através das otimizações O_{2sim11} , O_{2sim21} , O_{2sim12} e O_{2sim22} com as medições experimentais, para a fuga entre câmaras

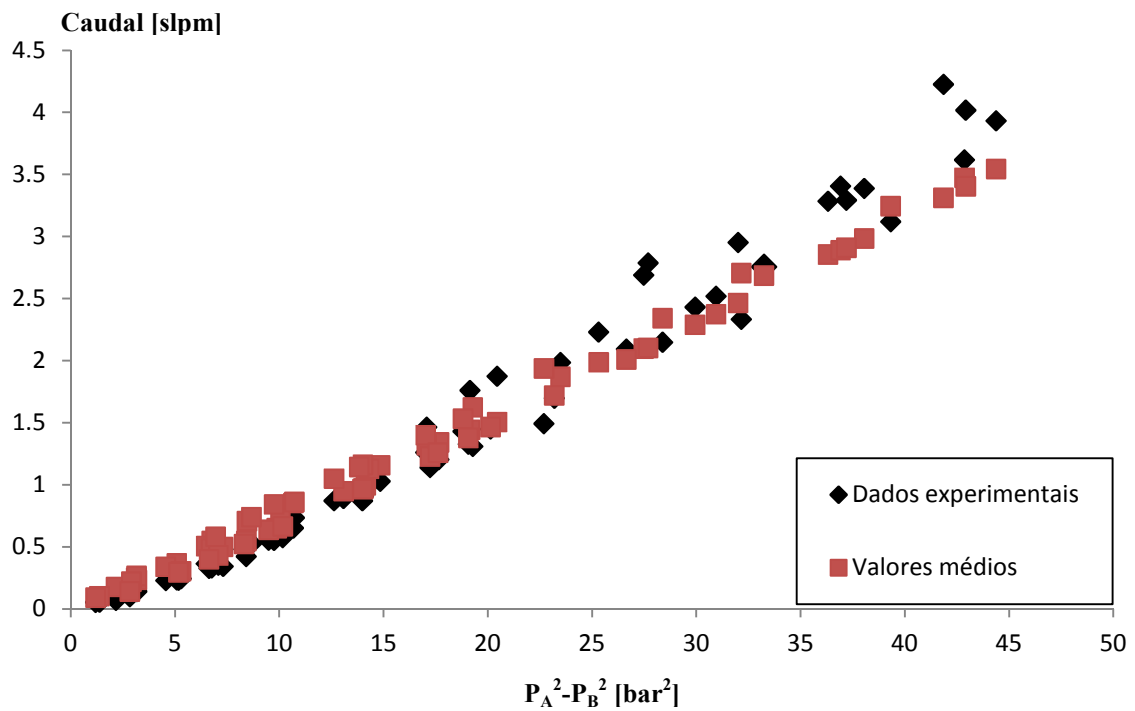


Fig. 50 - Comparação da equação de caudal obtida através da média dos resultados das otimizações O_{2sim11} , O_{2sim21} , O_{2sim12} e O_{2sim22} com as medições experimentais, para a fuga entre câmaras

A partir das Fig. 48, Fig. 49 e Fig. 50 é possível concluir que a equação de caudal aproxima bastante bem as medições efetuadas para a fuga entre câmaras e que o procedimento utilizado para determinar os vários parâmetros é eficaz. A ligeira diferença verificada para os valores mais elevados de caudal pode eventualmente ser justificada tanto pelas limitações de exatidão e repetibilidade que foram, no primeiro capítulo, enunciadas para o caudalímetro utilizado, como por eventuais desalinhamentos que se possam verificar no êmbolo (e que se podem tornar significativos para caudais elevados). Note-se que enquanto para os casos apresentados na Fig. 48 é notória uma maior dispersão do que naqueles que são apresentados na Fig. 49, o que seria claramente de esperar, uma vez que os parâmetros determinados por via das otimizações que contabilizam duas curvas de pressão tiveram que levar em conta um maior número de condições. No entanto, para todos os casos se verifica uma boa aproximação aos dados experimentais, sendo notório que o parâmetro C_a , que tinha apresentado uma dispersão de valores considerável, não tem um efeito suficientemente grande sobre o valor do caudal para que essa se faça notar de forma significativa. Por último, é ainda possível observar na Fig. 50 que os parâmetros médios considerados permitem uma boa aproximação aos caudais de fuga medidos.

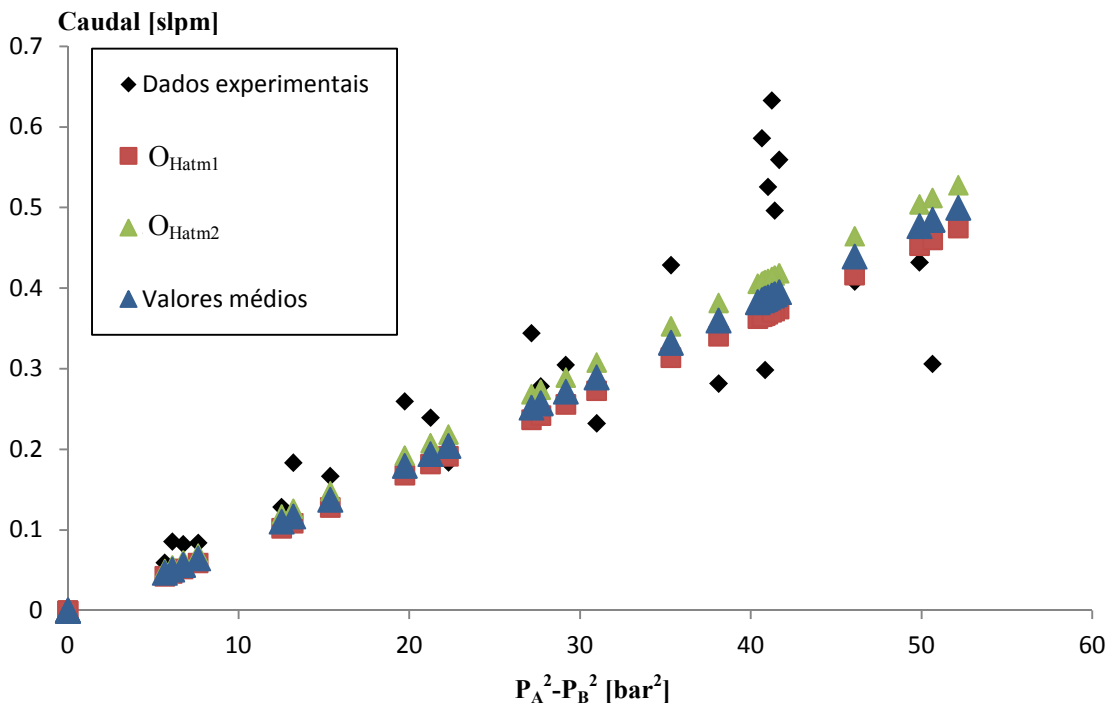


Fig. 51 - Comparação entre as equações de caudal obtidas e as medições experimentais, para a fuga na haste

Relativamente aos parâmetros estimados para o modelo do caudal de fuga na haste, é também conseguida uma boa aproximação com os valores medidos, como pode ser visto na Fig. 51. Já foi referida a grande incerteza destes últimos, tendo devido à sua ordem de grandeza, que é menor do que a própria exatidão enunciada para o caudalímetro, como o efeito marcado do desalinhamento da haste. Pode-se no entanto afirmar que a estimativa das variáveis foi razoável, uma vez que vai claramente de encontro aos dados experimentais medidos. Refira-se ainda que é mais uma vez notório que a diferença entre os valores do parâmetro C_{ah} , ainda que consideráveis, têm um efeito pouco significativo.

5.4 Efeito do modelo de caudal nos valores das grandezas estimadas

A aplicabilidade da equação de caudal que foi utilizada é, por um lado, sustentada pela pouca dispersão entre os resultados estimados, tanto para os valores da condutância térmica e do volume da câmara, como para o comportamento do modelo de caudal apresentado nas Fig. 48, Fig. 49, Fig. 50 e Fig. 51. Por outro lado, a coerência entre os modelos de caudal caracterizados e os dados experimentais de fuga e o ajuste bem sucedido das simulações do decaimento de pressão às respectivas curvas experimentais, também suportam o modelo de fugas utilizado.

No entanto, uma vez que a obtenção dos vários parâmetros é feita através da minimização da função objetivo, ainda que se obtenham bons resultados ao nível da curva de decaimento de pressão, esses significam apenas que a função foi minimizada e não, por exemplo, que o modelo de caudal descreve o caudal real. A mesma consideração pode ser feita aos outros valores que se pretendem estimar, uma vez que estes podem também ser adulterados por uma má equação de caudal. A escolha de uma boa equação para modelar o caudal de fugas é por isso essencial.

A título de exemplo, o procedimento experimental apresentado no quarto capítulo foi aplicado à câmara principal utilizando como modelo de caudal a equação (60), apresentada quando foram referidas as medições de caudal. Os dados estimados são apresentados na Tabela 19, as curvas de pressão nas Fig. 52, Fig. 53, Fig. 54 e Fig. 55 e as curvas de caudal na Fig. 56. Refira-se que para este exemplo, apenas foi utilizado um ensaio para cada condição inicial, visto ser suficiente para a análise pretendida.

Tabela 19 - Valores estimados utilizando a equação de caudal (60)

	O_{atm}	O_{Matm}	O_{2sim}
k_{0A} [W/K]	3.98×10^{-2}	5.64×10^{-2}	6.08×10^{-2}
R_{fAB} [$Pa^2 \cdot (J \cdot s)^{-1}$]	20.00×10^{10}	8.99×10^{10}	8.81×10^{10}
V_A [m^3]	1.34×10^{-5}	2.80×10^{-5}	2.89×10^{-5}
$m1_{perdas}$ [kg]	5.32×10^{-5}	-	1.86×10^{-5}
$m2_{perdas}$ [kg]	-	1.02×10^{-4}	10.00×10^{-5}

Resultados obtidos

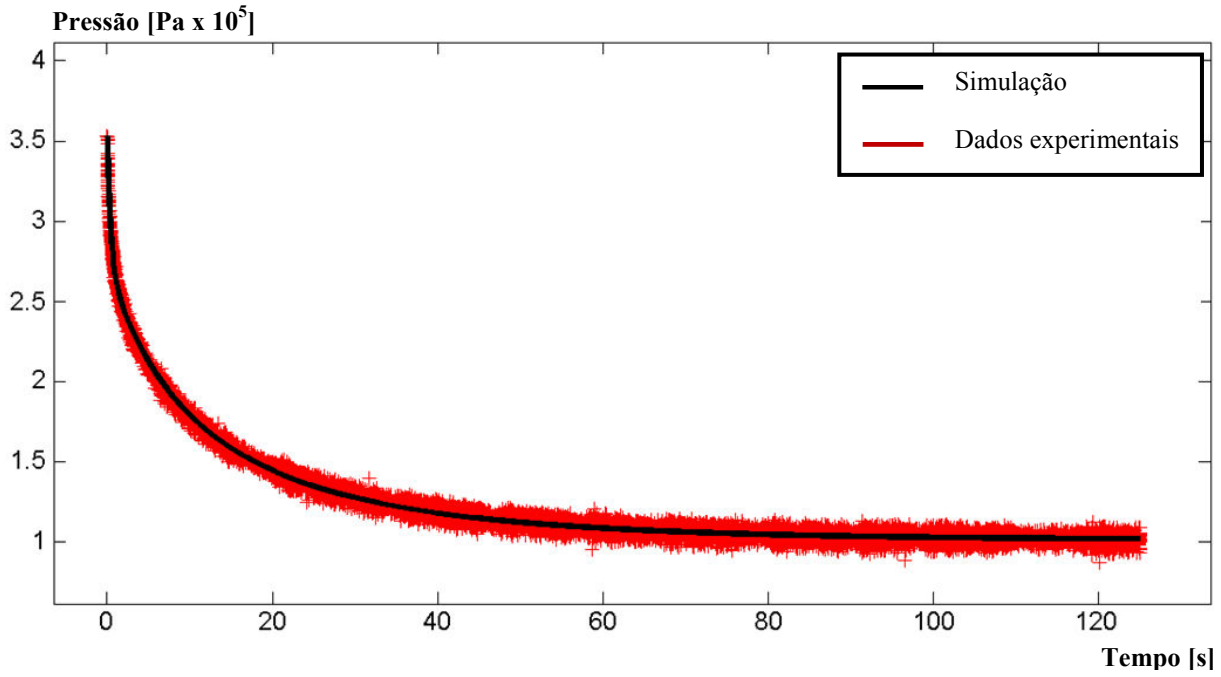


Fig. 52 - Decaimento de pressão ao longo do tempo para o Ensaio P_{atm} , utilizando dados estimados por O_{atm} com a equação de caudal (60)

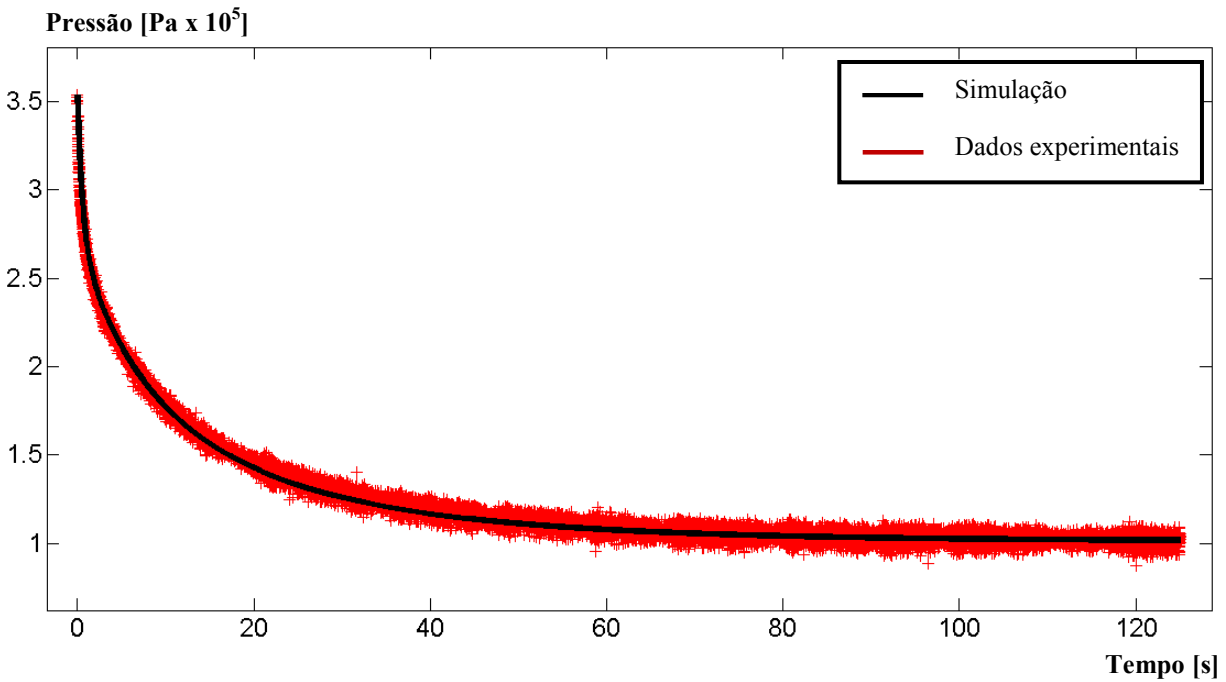


Fig. 53 - Decaimento de pressão ao longo do tempo para o Ensaio P_{atm} , utilizando dados estimados por O_{2sim} com a equação de caudal (60)

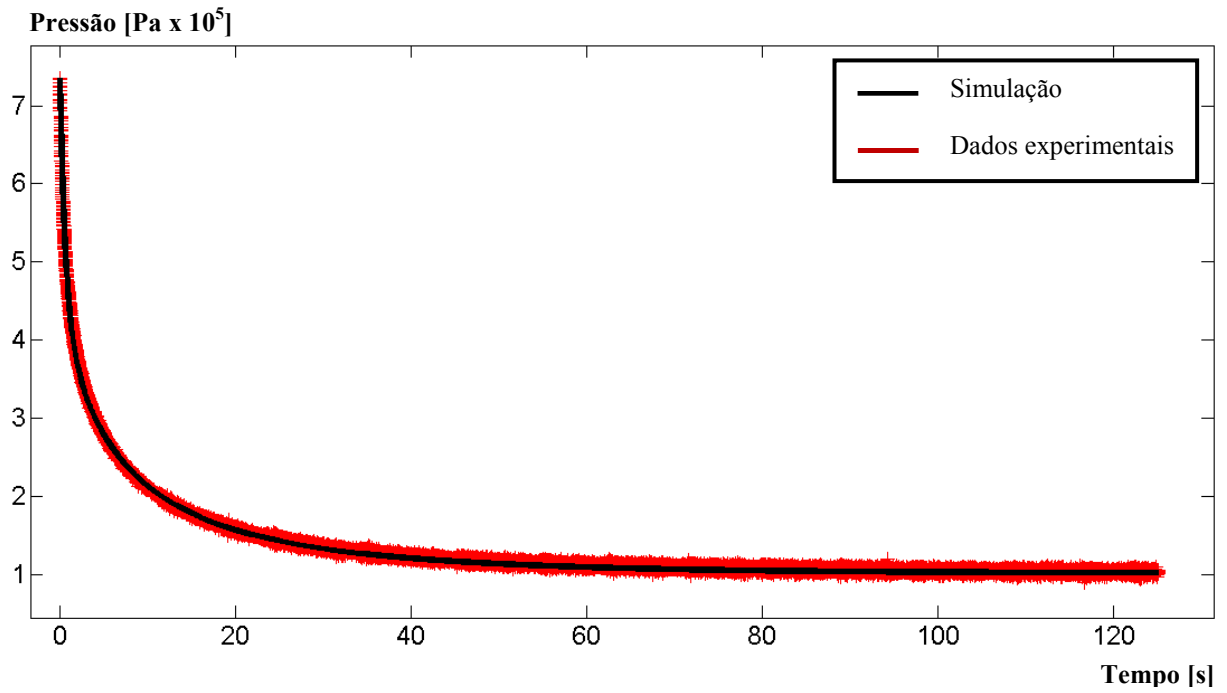


Fig. 54 - Decaimento de pressão ao longo do tempo para o Ensaio P_{Matm} , utilizando dados estimados por O_{Matm} com a equação de caudal (60)

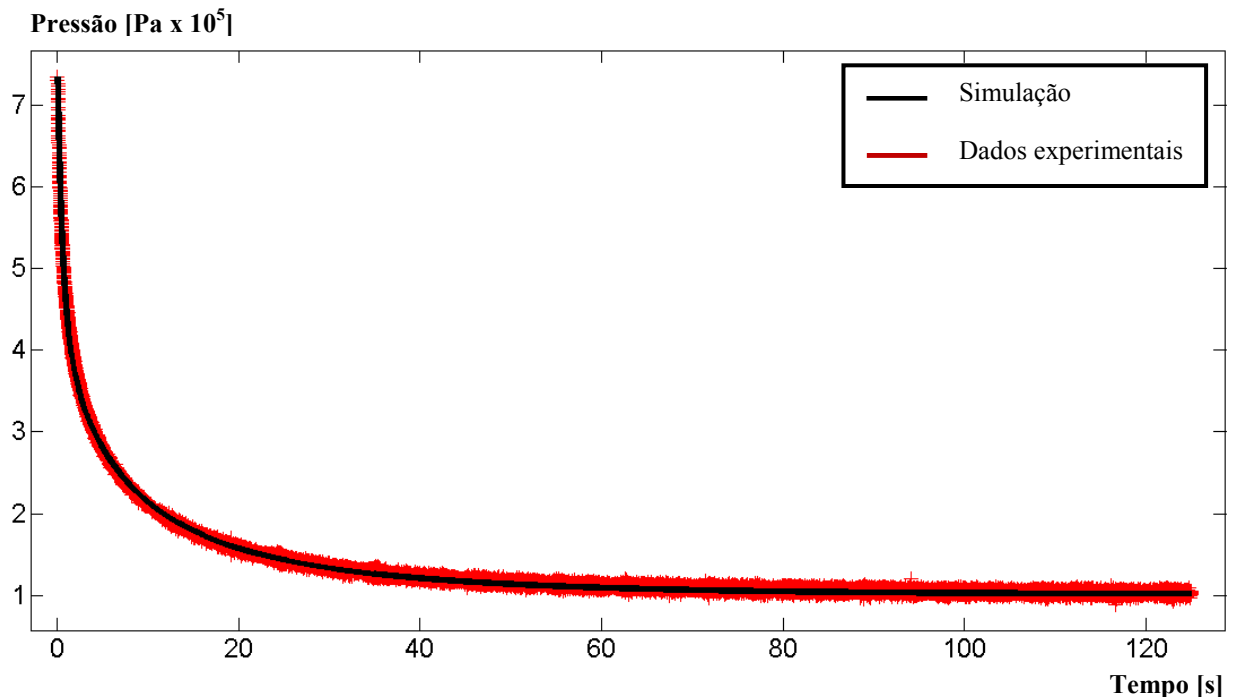


Fig. 55 - Decaimento de pressão ao longo do tempo para o Ensaio P_{Matm} , utilizando dados estimados por $O_{2\text{sim}}$ com a equação de caudal (60)

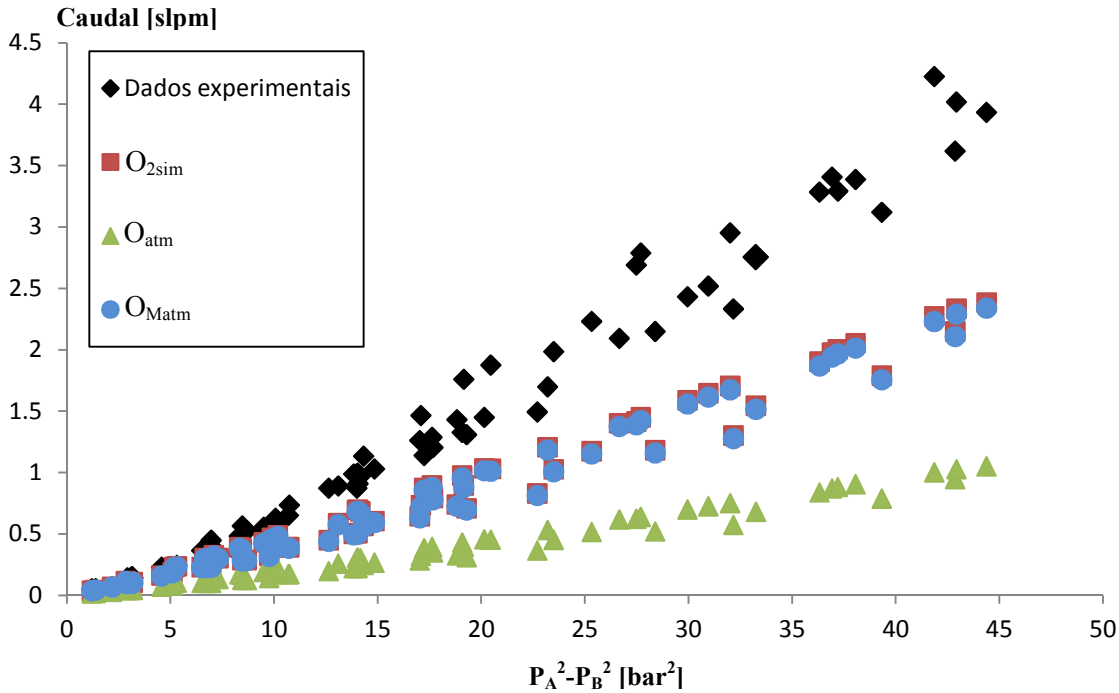


Fig. 56 - Curvas de caudal mássico utilizando a equação (60)

Analisando os dados apresentados é possível perceber que este modelo de caudal não é de todo adequado. De facto é possível verificar que apesar do ajuste entre as curvas de queda de pressão simulada e os dados experimentais ser muito bem sucedido, os valores estimados das grandezas desconhecidas para os quais é possível fazer uma previsão são certamente errados. Isto é facilmente concluído quando analisados os valores de volume da câmara estimados, uma vez que, como foi apresentado na Tabela 5, a soma do volume efetivo com o volume das tubagens (ao qual o volume da câmara terá que ser superior, devido aos vários volumes mortos, impossíveis de medir) é aproximadamente $3.3 \times 10^{-5} \text{ m}^3$. Este valor é, por sua vez, superior a qualquer um dos volumes estimados para as câmaras e apresentados na Tabela 19. Além disso, o valor da resistência fluidica atingiu o valor limite que lhe fora imposto, $20 \times 10^{10} \text{ Pa}^2 \cdot (\text{J} \cdot \text{s})^{-1}$, enquanto que nos dois restantes casos se ficou pouco abaixo de $9 \times 10^{10} \text{ Pa}^2 \cdot (\text{J} \cdot \text{s})^{-1}$, sendo mesmo este um valor muito superior ao que foi calculado pela regressão linear dos dados experimentais, no terceiro capítulo ($4.9 \times 10^{10} \text{ Pa}^2 \cdot (\text{J} \cdot \text{s})^{-1}$). Aliás, observando as curvas de caudal na Fig. 56, é claro que estas apresentam um comportamento marcadamente inferior às analisadas para o caso das equações (56) e (57), com os valores de caudal bastante inferiores aos medidos.

A utilização da equação (56) e em especial da correção introduzida pela equação (57) é sustentada pelos bons resultados obtidos, não só com as simulações do decaimento de pressão relativamente aos dados experimentais, como também nos modelos de caudal, que são bastante consistentes, inclusive, com as medições feitas com o caudalímetro.

5.5 Resumo dos resultados obtidos

Utilizando os resultados estimados nas várias etapas do processo atrás descrito, são obtidos para os volumes mortos na câmara principal (V_{mA}) e na câmara secundária (V_{mB}), e para o coeficiente de transferência de calor a uma pressão de 101325 Pa e uma temperatura de 293.15 K (λ_0), os valores presentes na Tabela 20. Os volumes mortos são calculados pela subtração do valor conhecido do volume efetivo da câmara durante a transição entre os estados 2 e 3 (que pode facilmente ser calculado através o respetivo curso efetivo), ao volume total estimado para cada câmara.

Tabela 20 - Valores característicos determinados

$\lambda_0 [\text{WK}^{-1}\text{m}^{-2}]$	14.54
$V_{mA}[\text{m}^3]$	1.37×10^{-5}
$V_{mB}[\text{m}^3]$	1.49×10^{-5}

Tendo como modelo do caudal de fuga entre as câmaras do atuador, as equações:

$$\dot{m} = \frac{-R \cdot T_A \cdot C_{ab} + \sqrt{(R \cdot T_A \cdot C_{ab})^2 - 8 \cdot \ln\left(\frac{P_{A0}}{P_{B0}}\right) \cdot R \cdot T_A \cdot C_a \cdot (-P_{A0}^2 + P_{B0}^2)}}{4 \cdot \ln\left(\frac{P_{A0}}{P_{B0}}\right) \cdot R \cdot T_A \cdot C_a}$$

e:

$$P_{A0} = \frac{P_A + \sqrt{P_A^2 - 4 \cdot C_l \cdot (P_A - P_B) \cdot T_A \cdot R}}{2}$$

$$P_{B0} = P_B$$

quando P_A for maior que P_B , e as equações:

$$\dot{m} = \frac{-R \cdot T_B \cdot C_{ab} + \sqrt{(R \cdot T_B \cdot C_{ab})^2 - 8 \cdot \ln\left(\frac{P_{B0}}{P_{A0}}\right) \cdot R \cdot T_A \cdot C_a \cdot (-P_{B0}^2 + P_{A0}^2)}}{4 \cdot \ln\left(\frac{P_{B0}}{P_{A0}}\right) \cdot R \cdot T_B \cdot C_a}$$

e:

$$P_{B0} = \frac{P_B + \sqrt{P_B^2 - 4 \cdot C_{l2} \cdot (P_B - P_A) \cdot T_B \cdot R}}{2}$$

$$P_{A0} = P_A$$

Resultados obtidos

para o caso em que P_B for maior que P_A . A fuga na haste é por sua vez modelada pelas equações:

$$\dot{m} = \frac{-R \cdot T_B \cdot C_{abh} + \sqrt{(R \cdot T_B \cdot C_{abh})^2 - 8 \cdot \ln\left(\frac{P_{B0'}}{P_{atm}}\right) \cdot R \cdot T_A \cdot C_{ah} \cdot (-P_{B0'}^2 + P_{atm}^2)}}{4 \cdot \ln\left(\frac{P_{B0'}}{P_{atm}}\right) \cdot R \cdot T_B \cdot C_{ah}}$$

e:

$$P_{B0'} = \frac{P_B + \sqrt{P_B^2 - 4 \cdot C_{lh} \cdot (P_B - P_{atm}) \cdot T_B \cdot R}}{2}$$

$$P_{A0} = P_A$$

desde que a pressão no interior da câmara secundária seja igual ou superior à pressão atmosférica. Caso contrário deverá ser utilizada a mesma equação de caudal, com os mesmos parâmetros, mas considerando P_{atm} a pressão a montante e P_B a pressão a jusante. Embora existisse a possibilidade de explorar soluções que visem estudar essa situação específica, não é de todo relevante o erro que possa resultar da utilização do mesmo parâmetro C_{lh} para caracterizar a queda de pressão à entrada do canal de escoamento. Isto porque numa situação em que a pressão na câmara secundária seja inferior à pressão atmosférica, haverá entrada de ar nesta câmara pelos dois orifícios de fuga existentes e, como foi analisado no terceiro capítulo, a fuga existente entre câmaras será bem mais significativa do que a fuga na haste. Como tal esse erro introduzido com a repetição do parâmetro C_{lh} será muito pouco significativo quando comparado com o erro dos restantes parâmetros. Os valores das várias constantes estão apresentados na Tabela 21.

Tabela 21 - Constantes das equações de caudal

$C_a[\text{m}^{-4}]$	0.43
$C_{ab}[\text{m}^{-3} \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}]$	5.75
$C_l[\text{J}^{-1}\text{kg}]$	7.45×10^{-6}
$C_{l2}[\text{J}^{-1}\text{kg}]$	0.88×10^{-5}
$C_{ah}[\text{m}^{-4}]$	4.55
$C_{abh}[\text{m}^{-3} \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}]$	52.43
$C_{lh}[\text{J}^{-1}\text{kg}]$	0.43×10^{-5}

6 Conclusões e trabalhos futuros

A existência de caudais de fuga significativos, tanto entre as câmaras, como através da haste do atuador pneumático de baixo atrito Airpel M24 utilizado neste trabalho, é um grande inconveniente para a determinação experimental das suas características de transferência de calor. Além disso, em aplicações rigorosas de controlo automático, particularmente nas quais seja de especial relevância controlar a força exercida pelo atuador, estas fugas necessitam ser conhecidas em tempo real e de forma adequada, para que seja possível, por via de uma eventual ação de controlo, compensá-las corretamente. Estes dois fatores foram a motivação para que o objetivo deste trabalho fosse o estudo e o desenvolvimento de um procedimento experimental para a determinação das características influentes nas dinâmicas de pressão e temperatura das câmaras do atuador, de forma a obter para estas um modelo matemático completo e capaz de permitir o aproveitamento das ótimas características de atrito deste atuador, nas mais diversas aplicações de controlo automático.

Foi para isso proposto um procedimento que visa através da utilização de uma montagem experimental relativamente simples, conseguir chegar a resultados suficientemente razoáveis, tanto para as várias grandezas desconhecidas que constituem o modelo dinâmico da pressão e da temperatura no interior da câmara, como para a caracterização de um modelo do caudal mássico de fugas, também ele proposto no decorrer deste trabalho. A determinação dessas grandezas desconhecidas e a caracterização desse modelo do caudal de fugas, teve por base a recolha de dados experimentais e a simulação do ensaio experimental através do qual esses dados foram obtidos, utilizando um modelo matemático deduzido para as dinâmicas das câmaras, e o modelo proposto para as fugas. Finalmente, a otimização dos valores dessas grandezas de forma a reduzir o erro entre os dados experimentais e a simulação, permitiu estimar os valores procurados.

O procedimento experimental utilizado permitiu não só chegar a resultados consistentes para os valores do coeficiente de transferência de calor e dos volumes mortos de ambas as câmaras do atuador, como também obter um modelo do caudal mássico para os dois canais de fugas que foram identificados. Verificou-se existir uma consistência muito razoável entre os valores das várias grandezas quando estimados através de ensaios realizados em diferentes condições. Foi ainda possível observar que os modelos de caudal caracterizados traduzem, com uma boa aproximação, uma série de medições feitas, recorrendo a um caudalímetro, ao caudal mássico que passa pelos dois orifícios de fuga em diferentes condições de pressão a montante e a jusante.

Relativamente a estudos futuros a realizar na sequência do que foi apresentado no presente trabalho, interessa, sem dúvida e em primeiro lugar, proceder à caracterização do comportamento de atrito do atuador Airpel M24. Posteriormente conjugando essa informação com os dados que foram apresentados no presente trabalho relativamente aos modelos dinâmicos de pressão e temperatura, será possível elaborar um controlador de força para um sistema servopneumático que utilize esse atuador. Dever-se-á com isso averiguar concretamente as melhorias que são conseguidas pela utilização do modelo que foi discutido e caracterizado, em conjugação com as boas características de atrito que este atuador oferece, relativamente a resultados obtidos com outros procedimentos ou com outros atuadores.

Conclusões e trabalhos futuros

Após a elaboração desse controlador será também interessante efetuar uma análise da influência de um bom modelo para o caudal de fugas. Concretamente uma averiguação da melhoria que se verifica no desempenho do servossistema quando se utiliza o modelo abordado em vez de se utilizar algum modelo mais simples e menos adequado, ou mesmo desprezando as fugas. É expetável um desempenho inferior para os casos simplificados mas, seria importante quantificar as vantagens oferecidas por um modelo de fugas mais complexo.

Será também interessante que se aborde de forma aprofundada a equação que foi utilizada para estimar a queda de pressão à entrada dos canais de escoamento. Isto porque, embora se tenha verificado que a aplicação desta permite obter resultados consistentes, que não são possíveis com nenhum outro dos casos encontrados na bibliografia, continuam sem ser claros os princípios físicos que governam a sua aplicabilidade. Para tal, poderia ser realizado um estudo sobre as condições específicas relativas aos escoamentos considerados, com o objetivo de explicar a eficácia observada.

7 Referências

1. **Falcão Carneiro, J.**, Modelação e controlo de atuadores pneumáticos utilizando redes neuronais artificiais, 2007, Tese de Doutoramento, Universidade do Porto, Portugal.
2. **Hesse, S.**, 99 Exemplos de Aplicações Pneumáticas, 2001, Blue Digest de automação, Festo AG & Co.
3. **Brian Thomas, M.**, Advanced servo control of a pneumatic actuator, 2003, PhD thesis, The Ohio State University, USA.
4. **Kaitwanidvilai, S., Parnichkun, M.**, Force control in a pneumatic system using hybrid adaptive neuro-fuzzy model reference control, Elsevier Ltd., *Mechatronics* 15 (2005), pp. 23–41.
5. **Hurmuzlu Y., Ephanov A., and Stoianovici D.**, Effect of a Pneumatically Driven Haptic Interface on the Perceptual Capabilities of Human Operators, *Presence*, MIT Press, 1998, Vol. 7, No. 3 pp. 290-307.
6. **Pfruendschuh G. H., Kumar V., and Sugar T. G.**, Design and control of a 3 DOF in-parallel actuated manipulator, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1991, pp. 1659-1664.
7. **Richer, E., Hurmuzlu, Y.**, A High Performance Pneumatic Force Actuator System: Part I - Nonlinear Controller Design, *ASME J. Dyn. Syst., Meas., Control*, 2000, 122(3), pp. 426-434.
8. **Backé W. and Ohligschläger O.**, “A model of heat transfer in pneumatic chambers”. *Journal of Fluid Control*, 1989, vol. 20, pp. 61-78.
9. **Falcão Carneiro, J., Gomes de Almeida, F.**, Heat transfer evaluation on industrial pneumatic cylinders, *Proc. Instn. Mech. Engrs, Part I, Journal of Systems and Control Engineering*, 2007, 221(1), pp. 119-128.
10. **Det, F.**, Modelisation en Bond Graphs Simulation et Commande d'une Pince a Souder Electropneumatique, 1991, PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Lyon, France.

11. **Det, F., Scavarda, S., Richard, E.**, Simulated and Experimental Study of Charging and Discharging of a Cylinder by Using an Electro-Pneumatic Servovalve, Proc. of the JHPS International Symposium on Fluid Power, Tokyo, Japan, 1989, pp. 199-206.
12. **V. Geleževičius and A. Grigaitis**, "Investigation of dynamic behaviour of nonlinear electropneumatic acting system," Electronics and Electrical Engineering.–Kaunas: Technologija, 2006, pp. 35–40.
13. **Airpot Corporation**, Airpel The Anti-Stiction® Air Cylinder, 2006.
14. **van Geffen V.**, A study of friction models and friction compensation, 2009, Technische Universiteit Eindhoven, Netherlands.
15. **Hastings**, Instruction manual, 201/203/205/207 Series flow meters/controllers.
16. **White, F.**, Fluid Mechanics, 1994, Boston, McGraw-Hill.
17. **Brun, X.**, Commandes linéaires et non linéaires en électropneumatique. Methodologies et Applications., 1999, PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Lyon, France.
18. **Richard, E.**, De la Commande Lineaire et non Lineaire en Position des Systems Electropneumatiques, 1990, PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Lyon, France.
19. **Bouhal, A.**, Contribution a la commande lineaire et non lineaire adaptative des systemes electropneumatiques, 1994, PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Lyon, France.
20. **Eichelberg, G.**, Some new investigations of old combustion engine problems, Engineering, 1939, 148(27), pp. 463-466.
21. **Munson, B.R., Young, D.F., Okiishi, T.H., Huebsch, W.W.**, Fundamentals of Fluid Mechanics: Sixth Edition, 2010, John Wiley & Sons, New York.
22. **Coleman, T.**, Optimization toolbox, for use with Matlab, 1999, The Math Works Documentation.